



Transición de Fase Quiral con Ruptura Explícita de la simetría

John Morales ^{a,b}, Rafael Hurtado ^{a,b}, Efrain Arismendi ^c

^aGrupo de Campos y Partículas, Universidad Nacional de Colombia, Departamento de Física, Bogotá, Colombia.

^bCentro Internacional de Física, Bogotá, Colombia.

^cUniversidad de la Amazonia, Florencia, Colombia.

Recibido 23 de Oct. 2007; Aceptado 6 de Mar. 2009; Publicado en línea 30 de Abr. 2009

Resumen

Es conocido que al tomar los quarks up y down sin masa la Cromodinámica Cuántica tiene una simetría quiral exacta, pero dado que dichos quarks tienen masas pequeñas y diferentes esta simetría no es exacta, por lo tanto debe estar rota. Aquí estudiamos el Modelo σ Lineal en el límite de gran N , siendo N el número de piones, con un término que rompe la simetría quiral explícitamente, además analizamos la evolución del potencial efectivo con la temperatura y el número de campos, encontrando temperaturas críticas T_c para los casos en que la simetría quiral es explícita en el Lagrangiano y para cuando está rota explícitamente. Observamos que la simetría quiral puede ser restaurada por efectos del número de campos N , dependiendo del esquema de ruptura.

Palabras Clave: Transición de Fase, Simetría Quiral, Gran N .

Abstract

It is well known that up and down quarks when considered as massless an exact chiral symmetry leads QCD, however, as those masses are small and differ for both quarks this symmetry is not exact and must be broken. We study the Lineal σ Model in the large N limit, where N is the number of pions, by considering a lagrangian term which explicitly breaks the chiral symmetry. We also analyze the evolution of the effective potential while temperature and the number of fields change, and find critical temperatures T_c for the cases in which the Lagrangian is symmetric and when the symmetry is explicitly broken. We observe that quiral symmetry can be restored increasing the number of fields N but depending on the symmetry breaking scheme.

Keywords: Phase Transition, Chiral Symmetry, Large N .

©2009. Revista Colombiana de Física. Todos los derechos reservados.

1. Introducción

Las propiedades de la QCD a temperatura finita son un tema actual en la literatura [1]. A bajas temperaturas se tiene que el color se encuentra confinado y la simetría quiral está rota espontáneamente. Sin embargo a altas temperaturas se espera que el color se libere, debido a la libertad asintótica, y que la simetría quiral se restaure. Una materia de intenso debate es la ocurrencia

de una u otra transición de fase, su temperatura crítica y cual es su naturaleza. En el campo experimental la restauración de esta simetría a temperatura finita es uno de los temas centrales de los futuros experimentos de iones pesados relativistas en el Relativistic heavy-ion collider ($RHIC$) y en el Large-Hadron Collider LHC [2]. Adicionalmente, se proponen estudios de la QCD en el lattice para dos y tres sabores con el fin de revelar la naturaleza de esta transición de fase [3].

En este trabajo dirigimos nuestra atención sobre la

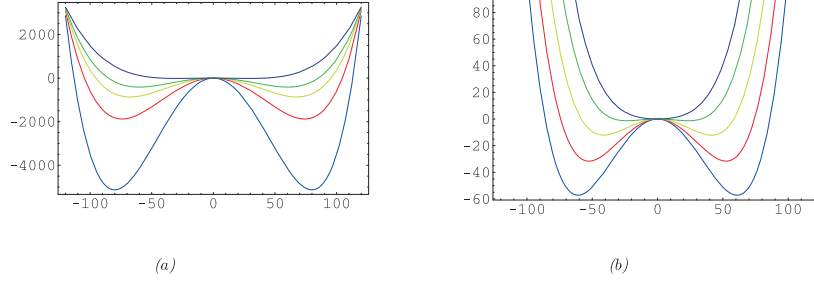


Figura 1. Simetría quiral rota espontáneamente: $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0$. (a) Evolución del potencial con el número de campos para $T = 80 \text{ MeV}$. (b) Evolución del potencial con la temperatura para $N = 3$.

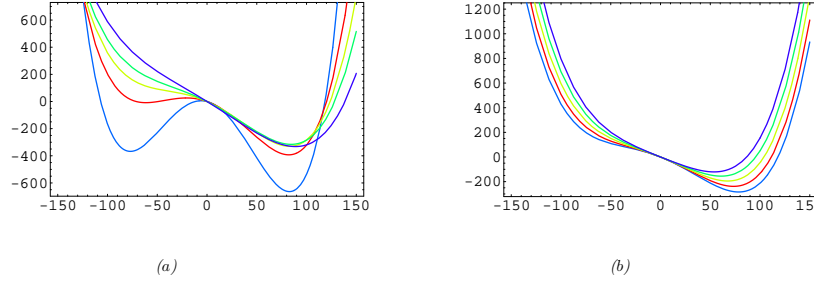


Figura 2. Simetría quiral rota explícitamente: $\varepsilon_1 = m_\pi^2 f_\pi$ y $\varepsilon_2 = 0$. (a) Evolución del potencial con el número de campos para $T = 80 \text{ MeV}$. (b) Evolución del potencial con la temperatura para $N = 3$.

pregunta de cómo la temperatura (T) y el número de campos (N) afectan el comportamiento del Modelo σ Lineal ($M\sigma L$). La pregunta es de gran interés pues el $M\sigma L$ $O(N)$, propuesto por Gell-Mann y Levy [4], es una teoría cuántica de campos en $d+1$ dimensiones que es la base para calcular las propiedades de muchos sistemas físicos interesantes, en particular para el estudio de la QCD a bajas energías. Por supuesto, el Modelo σ no Lineal [5] es otra realización para la ruptura de esta simetría.

El principal interés de este artículo es el análisis del papel que juegan tanto T como N en el potencial efectivo del $M\sigma L$. Los efectos de la temperatura han sido ampliamente discutidos [7].

Este trabajo se estructura de la siguiente manera: en la primera sección se describe el $M\sigma L$ dentro del límite de gran N . En la segunda sección se encuentra el potencial efectivo del $M\sigma L$, teniendo en cuenta las correcciones provenientes de T y de N . En la tercera sección se analizan los resultados y al final se presentan las conclusiones.

2. Modelo σ Lineal

El $M\sigma L$ es descrito por el Lagrangiano

$$\mathcal{L}_{M\sigma L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi + \frac{1}{2} \mu_0^2 \phi^2 - \frac{\lambda}{4N} (\phi^2)^2 + \mathcal{L}_{RS} \quad (1)$$

donde λ es la constante de acoplamiento, con valor positivo, los campos ϕ tienen $N+1$ componentes, siendo las N primeras los campos de piones π y la última componente el campo σ . La simetría quiral está rota espontáneamente en el vacío, dando origen a los bosones de Goldstone sin masa, y el campo σ tiene una masa del orden de $1-2 \text{ GeV}$. El término \mathcal{L}_{RS} rompe explícitamente la simetría, en ausencia de éste el potencial tiene la forma típica del fondo de la botella de vino. Debido al teorema de Noether tenemos que por cada generador de una simetría continua hay una corriente conservada, por lo tanto tenemos una corriente de quiralidad derecha y otra de quiralidad izquierda, las cuales son de la forma:

$$\begin{aligned} j_{L\mu}^k &= -\frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma \pi^k - \partial_\mu \pi^k \sigma) + \frac{1}{2} \epsilon^{klm} \pi^l \partial_\mu \pi^m \\ j_{R\mu}^k &= \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma \pi^k - \partial_\mu \pi^k \sigma) + \frac{1}{2} \epsilon^{klm} \pi^l \partial_\mu \pi^m. \end{aligned} \quad (2)$$

Con estas corrientes se forman las corrientes conservadas vectorial $V_\mu^k = j_{L\mu}^k + j_{R\mu}^k$ y vectorial-axial $\mathbf{A}_\mu^k = j_{L\mu}^k - j_{R\mu}^k$. Por lo tanto, como el término \mathcal{L}_{RS} rompe la simetría en el sentido $PCAC$ [6], éste debe de cumplir la siguiente relación

$$\partial_\mu \mathbf{A}^\mu = f_\pi m_\pi^2 \pi \quad (3)$$

Existen tres maneras de introducir esta parte del Lagrangiano [8]. Además, si se quiere que el Lagrangiano

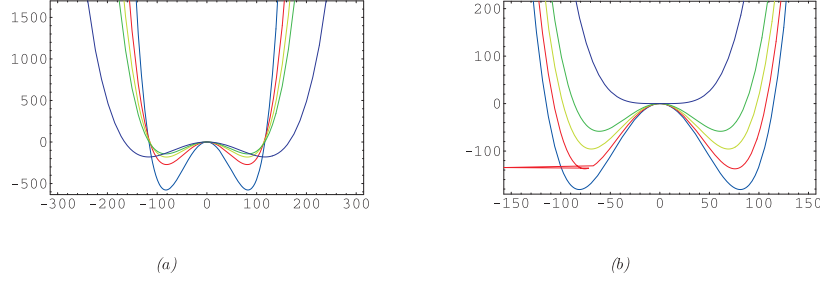


Figura 3. Simetría quiral rota explícitamente: $\varepsilon_1 = m_\pi^2 f_\pi$ y $\varepsilon_2 = 0$ (a) Evolución del potencial con el número de campos para $T = 80$ MeV. (b) Evolución del potencial con la temperatura para $N = 3$.

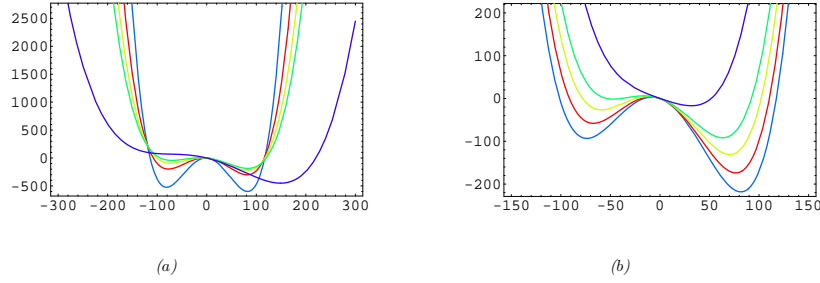


Figura 4. Con $\varepsilon_1 = m_\pi^2 f_\pi$ y $\varepsilon_2 = 0$ (a) Evolución del potencial con el número de campos para una $T = 80$ MeV. (b) Evolución del potencial con la Temperatura para $N = 3$.

efectivo sea invariante rotacional y renormalizable, se tiene que la forma más general posible de este término del Lagrangiano es:

$$\mathcal{L}_{RS} = - \sum_{i=1}^4 \frac{\varepsilon_i}{i!} \sigma^i + (\delta_1 \sigma + \delta_2 \sigma^2) \pi^2. \quad (4)$$

Este Lagrangiano proporciona la libertad suficiente para generar resultados físicos interesantes tomando sólo los términos proporcionales a ε_1 y ε_2 . De esta forma el sector que rompe explícitamente la simetría, en el límite de gran N es

$$\mathcal{L}_{RS} = -\sqrt{N}(\varepsilon_1 \sigma + \frac{\varepsilon_2}{2} \sigma^2). \quad (5)$$

Por otro lado, es sencillo ver que el \mathcal{L}_{RS} satisface

$$\partial_\mu \mathbf{A}^\mu = - \frac{\partial \mathcal{L}_{RS}}{\partial \sigma} \pi \quad (6)$$

Es claro que la condición proveniente de *PCAC* sólo se cumple si \mathcal{L}_{RS} es lineal en σ . El estado base de esta teoría ocurre cuando $\langle \sigma(x) \rangle = v = \sqrt{N} f_\pi$ y $\langle \pi \rangle = 0$. Debemos imponer entonces tres condiciones: que el mínimo del potencial ocurra en v , que *PCAC* se mantenga para pequeñas fluctuaciones alrededor de v y, finalmente, que los piones tengan sus masas físicas.

3. Potencial efectivo del $M\sigma L$

Para abordar este problema se expanden los campos alrededor de una solución arbitraria

$$\sigma(x) = v + h(x) \quad \pi(x) = \pi'(x),$$

lo cual nos lleva al siguiente Lagrangiano

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{M\sigma L} = & \frac{1}{2} \partial_\mu \pi_a \partial^\mu \pi_a - \frac{1}{2} m_{\pi_a}^2 \pi_a^2 + \frac{1}{2} \partial_\mu h \partial^\mu h - \frac{1}{2} m_h^2 h^2 \\ & - \frac{\lambda}{4N} (\pi_a^2 + h^2)^2 + \frac{v}{2} (\mu_0^2 v - \frac{\lambda v^3}{2N} + 2\sqrt{N} \varepsilon_1 \\ & + \sqrt{N} \varepsilon_2 v) + h (\mu_0^2 v - \frac{\lambda v^3}{2N} + 2\sqrt{N} \varepsilon_1 + \sqrt{N} \varepsilon_2 v) \\ & - \frac{\lambda}{N} (\pi_a^2 + h^2) h v \end{aligned} \quad (7)$$

donde $a = 1, 2, \dots, N$, con las masas de la forma $m_{\pi_a}^2 = \mu_0^2 + \frac{\lambda v^2}{N}$ y $m_h^2 = \mu_0^2 + \frac{3\lambda v^2}{N} - \sqrt{N} \varepsilon_2$. El funcional efectivo para este Lagrangiano es

$$\begin{aligned} \Gamma_{efc}[\pi_{cla}(x), h_{cla}(x)] = & -i \text{Log}(N(\beta)) \\ & + i \int_0^\beta d\tau d\bar{x} (\mathcal{L}_0 - V_{efc}) \end{aligned} \quad (8)$$

con $\beta = 1/T$ y $d\bar{x} = d^3x$, donde \mathcal{L}_0 es el Lagrangiano de partícula libre para todos los piones y el campos h , mientras que el potencial efectivo es

$$V_{efc} = \frac{\lambda v^4}{4N} - \frac{v^2 \mu_0^2}{2} - \sqrt{N} (v \varepsilon_1 + \frac{v^2}{2} \varepsilon_2) - \frac{(N+1)\pi^2}{90\beta^4} + \frac{1}{24\beta^2} (N m_{\pi_a}^2 + m_h^2). \quad (9)$$

Tomando los términos dependientes de v tenemos la expresión

$$V_{efc} = \frac{\lambda}{4N} \left[v^4 - \frac{3+N}{6} \left(\frac{12N(\mu_0^2 + \sqrt{N}\varepsilon_2)}{\lambda(3+N)} - T^2 \right) v^2 \right] - v\sqrt{N}\varepsilon_1 \quad (10)$$

4. Transición de fase quiral

Como se puede ver, en el límite quiral $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0$ se tiene una transición de fase de segundo orden a la temperatura crítica $T_c^2 = \frac{12N\mu_0^2}{\lambda(3+N)} = \frac{6}{3+N} f_\pi^2$. Esto se debe a que los quarks up y down son masivos y por lo tanto la simetría quiral no es exacta. Pero como se observa en la gráfica 1 esta simetría puede ser restaurada variando el número de campos y manteniendo la temperatura constante ($T = 80 \text{ MeV}$), figura 1a, o por efectos de la temperatura, manteniendo el número de campos fijo ($N = 3$), figura 1b. Por otro lado, cuando la simetría quiral se rompe explícitamente tomando $\varepsilon_1 = m_\pi^2 f_\pi$ y $\varepsilon_2 = 0$, el potencial tiene dos mínimos locales con distinto valor (como el fondo de la botella de vino inclinada), pero cuando el número de campos aumenta se genera un punto de silla, como se observa en la gráfica 2, el cual desaparece al continuar aumentando el número de campos 2a. El efecto de desvanecimiento del segundo mínimo también se observa al aumentar la temperatura, figura 2b. También analizamos el caso en que $\varepsilon_1 = 0$ y $\varepsilon_2 = m_\pi^2$. Para una temperatura de 80 MeV no se encuentra una transición de fase de

segundo orden, debido a que al aumentar el número de campos no es posible recuperar la simetría, por el contrario, después de $N = 5$ aumenta nuevamente el efecto de ruptura, figura 3a. Tomando el número de campos constante ($N = 3$) al variar la temperatura se encuentra una transición de fase de segundo orden, figura 3b.

Por último tomamos, $\varepsilon_1 = 0,25 f_\pi m_\pi^2$ y $\varepsilon_2 = 0,75 m_\pi^2$, aquí no tenemos una transición de fase pues, como en la figura 2, los dos mínimos locales tienen distinto valor. El efecto de incrementar la temperatura o el número de los campos es la desaparición de uno de los mínimos y la aparición de un punto de silla, figura 4a, 4b.

Conclusiones

Se encuentra que en el $M\sigma L$ con términos que rompen explícitamente la simetría quiral, los efectos de temperatura siempre logran recuperar la simetría quiral, para cualquier número de campos, sin embargo los efectos del número de campos no siempre lo logran. Esta situación contrasta con la ruptura de la simetría de manera espontánea, en cuanto en este caso siempre es posible recuperar la simetría quiral sea por efectos de temperatura que del número de campos.

Referencias

- [1] E. V. Shuryak, *The QCD vacuum, Hadrons and the Superdense matter*: World Scientific, (1988). Zs. Szep, hep-ph/0512241.
- [2] *Quark Matter'96*. Nucl. Phys. **A610**(1996).
- [3] A. Ukawa, Nucl. Phys. **B 53** (Proc. suppl), 106 (1997).
- [4] M. Gell-Mann and M. Levy, Nuovo Cimento **16**, 705 (1960)
- [5] J. Gasser and H. Leutwyler, Nucl. Phys. **B250**, 465 (1985).
- [6] E. Witten, Nucl. Phys. **B223**, 422 (1983).
- [7] I. A. Shushpanov, J. Kapusta and J. Ellis, hep-ph/9901033. A. Bochkarev, J. Kapusta, hep-ph/9602405.
- [8] D. K. Campbell, Phys. Rev. **C19**, 1965 (1979).