



Interacción Electromagnética Fotón-Electrón En Tejidos Biológicos

Samuel Ángel Jaramillo Flórez¹

¹Programa de Ingeniería Electrónica, Universidad del Quindío

Recibido 23 de Oct. 2007; Aceptado 6 de Mar. 2009; Publicado en línea 30 de Abr. 2009

Resumen

Se aplica el método de la teoría de las perturbaciones que permite obtener una solución aproximada para cualquier interacción de campos electromagnéticos, definiendo una matriz operador de *scattering* de interacción y se calculan sus elementos. Esta solución es utilizada para describir los procesos electromagnéticos en el interior de los tejidos biológicos y se encuentran las variables físicamente medibles como la permitividad dieléctrica y la conductividad eléctrica. Basado en los parámetros de scattering S_{11} y S_{21} medidos experimentalmente, se hace una estimación de la permitividad dieléctrica de una muestra dentro de una guía de ondas, utilizando el análisis modal y relaciones integrales.

Palabras claves: Análisis modal, biofísica, caracterización de materiales, conductividad eléctrica, microondas, permitividad dieléctrica, relaciones integrales.

Abstract

The perturbations method is applied for to obtain an approximated solution for any interaction of electromagnetic fields, defining a scattering operator matrix of interaction and the elements are calculated. This solution is used for to describe the electromagnetic processes inner of biological tissues and the variables physically measured are found as the dielectric permittivity and the electrical conductivity. Based on the parameters of scattering S_{11} and S_{21} measured experimentally, an estimate of the permitividad dieléctrica of a sample is made inside a rectangular waveguide, using the modal analysis and integral relationships.

Key Words: Modal analysis, biophysics, materials characterization, electrical conductivity, microwaves, dielectric permittivity, integral relationships

©2009 Revista Colombiana de física. Todos los derechos reservados.

1. Introducción

Cuando se estudian las propiedades electromagnéticas de los materiales, es necesario conocer los valores de sus arámetros representativos como son la permitividad eléctrica ϵ , la conductividad eléctrica σ y la permeabilidad magnética μ . Se describe un método para caracterización electromagnética de materiales biológicos mediante la utilización de las medidas realizadas de los parámetros de *scattering* S .

2. Análisis modal y ecuaciones integrales

La Fig. 1. corresponde a la sección transversal de una guía de ondas rectangular a la que se le ha introducido en su centro una muestra de material biológico. En la región I el campo eléctrico es el resultado de la superposición del mo-

do incidente TE_{10} y los modos reflejados TE_{m0} . E_{yI} , E_{yII} y E_{yIII} son las intensidades del campo eléctrico en las regiones I, II y III [1]:

$$E_{yI} = \phi_1 \exp(-\gamma_1 z) + \sum_{m=1}^{\infty} R_m \phi_m \exp(\gamma_m z) \quad (1)$$

$$E_{yII} = \sum_{m=1}^{\infty} A_n \psi_n \exp(-\Gamma_n z) + \sum_{m=1}^{\infty} B_n \psi_n \exp(\Gamma_n z) \quad (2)$$

$$E_{yIII} = \sum_{m=1}^{\infty} T_m \phi_m \exp(-\gamma_m z) \quad (3)$$

$$\gamma_1 = j(k_0 a - (\pi/a)^2)^{1/2}; \gamma_m = ((m\pi/a)^2 - k_0^2)^{1/2}, m=2,3,\dots; \phi_m = (2/a)^{1/2} \sin(m\pi x/a), m=1,2,\dots k_0 = \omega(\mu_0 \epsilon_0)^{1/2} = 2\pi/\lambda_0 \quad (4)$$

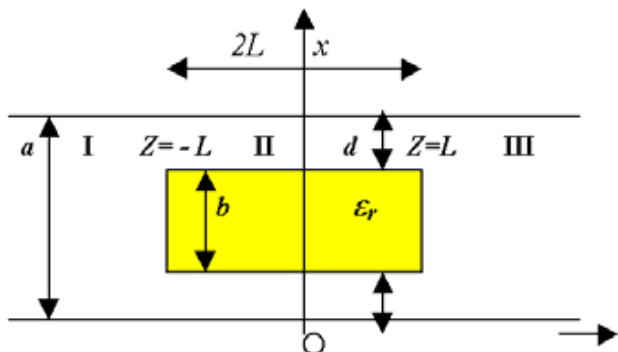


Fig.1 Dimensiones de la guía de onda y de la muestra rectangular en su interior.

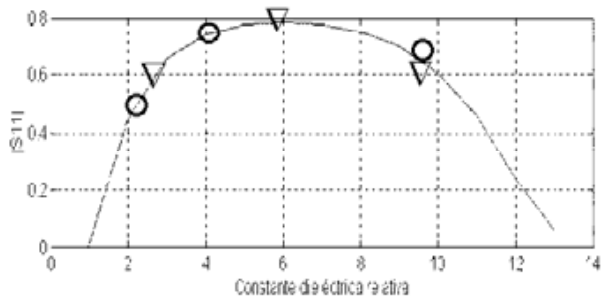


Fig.3. $|S_{11}| \rightarrow \circ$, $[3] \rightarrow \triangle$ y $[4] \rightarrow \nabla$.

k_0 , ϵ_0 , μ_0 y λ_0 son el número de onda, la permitividad dieléctrica, la permeabilidad magnética y la longitud de onda en el espacio libre, respectivamente.

ω es la frecuencia angular y ϵ_r la permitividad dieléctrica del material. a es el ancho de la base de la guía, d es la distancia desde los bordes laterales de la muestra rectangular centrada hasta las paredes laterales de la guía, y b es el espesor del material. ϕ_m es la función trigonométrica normalizada. R_m y T_m son la amplitud de la onda reflejada y transmitida del modo TE_{m0} , respectivamente.

γ_m es la constante de propagación del modo m , ψ_n son las funciones modales transversales y Γ_n se encuentra resolviendo la ecuación característica:

$$(k_0 \epsilon_r + \Gamma_{n2}) \{1 - \tan^2[(k_0 \epsilon_r + \Gamma_{n2})^{1/2} d]\} + 2[(k_0 \epsilon_r + \Gamma_{n2})(k_0 \epsilon_r + \Gamma_{n2})^{1/2} \tan[(k_0 \epsilon_r + \Gamma_{n2})^{1/2} d] / \tan[(k_0 \epsilon_r + \Gamma_{n2})^{1/2} b] = k_0 \epsilon_r - 1 \quad (5)$$

Los coeficientes de reflexión R_m y de transmisión T_m se obtienen con las siguientes expresiones:

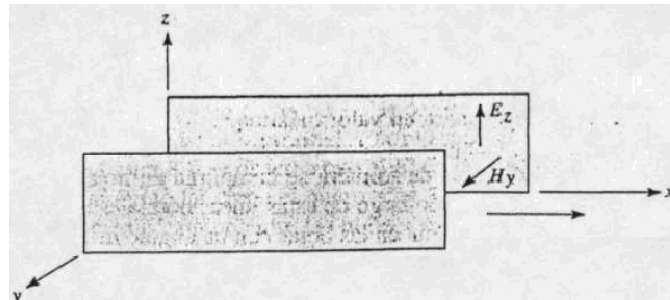


Fig.2 Placas planas paralelas mostrando la geometría y las coordenadas utilizadas.

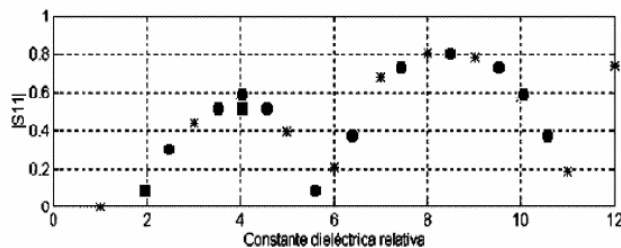


Fig.4 $|S_{11}| \rightarrow *$, $[3] \rightarrow \blacksquare$ $[4] \rightarrow \bullet$

$$R_m = \sum_{m=1}^{\infty} A_n [1 - (\Gamma_n / \gamma_m) \exp(\gamma_m L)] P_{mn} \exp(\Gamma_n L) + \sum_{m=1}^{\infty} B_n [1 + (\Gamma_n / \gamma_m) \exp(\gamma_m L)] P_{mn} \exp(-\Gamma_n L) + (1/2) \delta_{lm} (1 - \gamma_l / \gamma_m) \exp[(\gamma_l + \gamma_m) L]; m \geq n \quad (6)$$

$$T_m = \sum_{m=1}^{\infty} A_n [1 + (\Gamma_n / \gamma_m) \exp(\gamma_m L)] P_{mn} \exp(-\Gamma_n L) + \sum_{m=1}^{\infty} B_n [1 - (\Gamma_n / \gamma_m) \exp(\gamma_m L)] P_{mn} \exp(\Gamma_n L) \quad (7)$$

donde δ_{lm} es la función delta de Kronecker, $2L$ es la longitud total de la muestra y P_{mn} se encuentra con [2]:

$$P_{mn} = \int_0^a \phi_m(x) \psi_n(x) dx \quad (8)$$

Combinando estas ecuaciones se llega a:

$$[M_{mn}] \cdot [C_n] = 2 \delta_{lm} \exp(\gamma_l L) \quad (9)$$

Donde $C_n = A_n + B_n$. $[M_{mn}]$ es una matriz de m por n elementos dados por:

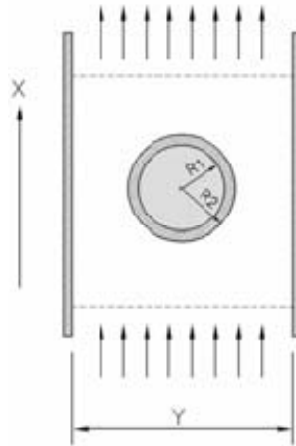


Fig.5 Vista superior.

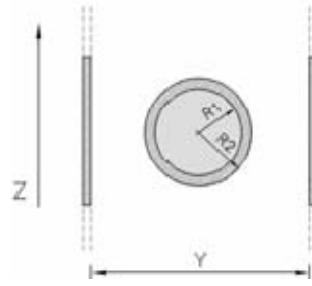


Fig.6 Vista frontal.

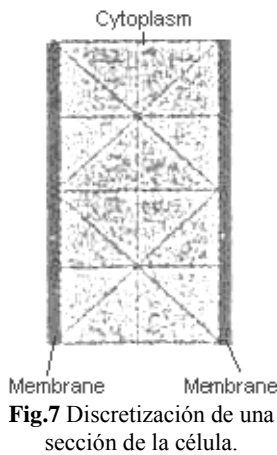


Fig.7 Discretización de una sección de la célula.

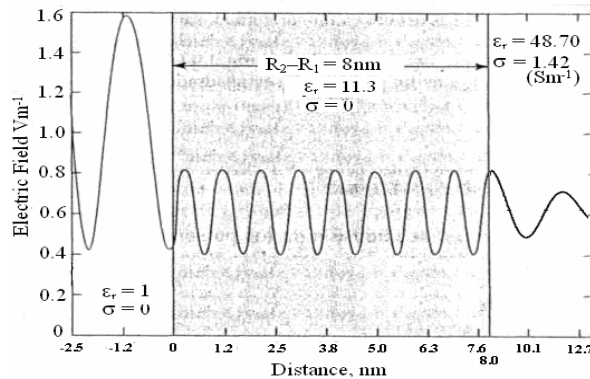


Fig.8 Ondas estacionarias en la membrana y en el citoplasma de la célula.

$$M_{mn} = P_{mn} [(1 + \Gamma_n / \gamma_m) \exp(\Gamma_n L) + (1 - \Gamma_n / \gamma_m) \exp(-\Gamma_n L)] \quad (10)$$

Los valores de A_n , B_n y C_n obtenidos corresponden a un valor de la permitividad dieléctrica relativa compleja del material, $\epsilon_r = \epsilon' / \epsilon_0 = (\epsilon' - j\epsilon'') / \epsilon_0 = \epsilon_r' - j\epsilon_r'' = \epsilon_r' - j\sigma_m / \epsilon_0 \omega$; donde ϵ_r' y $\epsilon_r'' = \sigma_m / \epsilon_0 \omega$ son sus componentes real e imaginaria, respectivamente, siendo σ_m la conductividad eléctrica del material biológico introducido dentro de la guía de onda. Las soluciones complejas de (5), Γ_n , conjuntamente con los vectores A_n , B_n y con (8), permiten calcular los coeficientes de reflexión R_m y de transmisión T_m con (6) y (7) respectivamente y, haciendo $m=1$, a $R_I = S_{11}$ y a $T_I = S_{21}$ del modo E_{10} , para un valor de ϵ_r . Las Fig. 3 y 4 muestran los resultados para una frecuencia de 9,375 GHz en una guíaonda WR90, con $2L=0,2a$ y $b=0,8a$, que se aproximan apreciablemente a los obtenidos en [3] y [4].

3. Célula esférica en el centro de una guía de ondas de placas planas paralelas

La guíaonda de placas planas paralelas, Fig. 2, es una línea de transmisión que puede guiar la energía en un modo transversal electromagnético (TEM)[5]. La célula es radiada por una onda electromagnética plana que se propaga en la dirección del eje x y las componentes de los campos eléctrico E y magnético H paralelos a los ejes z y y , respectivamente. Se asume también que la célula está en el centro y entre las placas planas paralelas, como se muestra en las Fig. 5 y 6 [6]. R_1 y R_2 son los radios del citoplasma y de la región exterior de la membrana.

Aplicando el método de la teoría de las perturbaciones se obtuvo una solución aproximada para la interacción de campos electromagnéticos en el interior de los tejidos de la célula definiendo la matriz de *scattering*. Se utilizó el método gráfico de Feynman para hacer el análisis de la estructura de los términos del desarrollo de la matriz y se encontraron la permitividad dieléctrica y la conductividad eléctrica, a partir de los parámetros de scattering S_{11} y S_{21} . Suponiendo

un campo eléctrico de IVm^{-1} , y una onda plana incidente normalmente sobre la esfera de diámetro $2R_1 = 8 \mu m$, $\epsilon_r = 48.70$, $\sigma = 1.42(Sm^{-1})$ (en el citoplasma) and $\epsilon_r = 11.3$, $\sigma = 0 (Sm^{-1})$ (en la membrana, $R_2 - R_1 = 8nm$), el resultado se observa en la Fig. 8. Se realizó la simulación de una célula esférica sometida a una onda plana a frecuencias de microondas.

Se puede apreciar que la onda plana se debilita en un 20% aproximadamente cuando pasa del medio exterior a la membrana y que disminuye de manera exponencial en el citoplasma, siendo absorbida su energía cuando la onda se propaga en su interior, lo que puede servir para estudiar los efectos biológicos de la radiación electromagnética. A partir del conocimiento de la absorción y de la difusión de la onda en el tejido, se pueden observar algunos parámetros como el volumen y la oxigenación de la sangre. Otras aplicaciones de estos resultados son la detección y clasificación de tejidos tumorosos en el pecho y el estudio de la activación funcional del cerebro.

Agradecimientos

El autor agradece a J.L Sebastian, J.M. Miranda y S. Muñoz por sus recomendaciones. Este trabajo ha sido parcialmente financiado por la Universidad del Quindío, Proyecto 258/2007.

Referencias

- [1] J. Abdunnour y L. Marchildon., " Scattering by a dielectric obstacle in a rectangular waveguide", *IEEE Trans. Microwave Theory & Tech.*, vol. 41, pp.1988-1994, 1993.
- [2] A. Wexler, "Solution of waveguide discontinuities by modal analysis", *IEEE Trans. Microwave Theory & Tech.*, vol. 15, pp. 508- 517, 1967.
- [3] K. Ise y M. Koshiba, "Numerical analysis of H-plane waveguide junction with dielectric posts by combination of finite and boundary elements," *IEEE Trans. Microwave Theory & Tech.*, vol. 34, pp.103-109,1986.
- [4] K. Siakavara y J.N. Sahalos, " The Discontinuity Problem of Rectangular Dielectric Post in a Rectagular Waveguide," *IEEE Trans. Microwave Theory & Tech.*, vol. 39, pp. 1617-1622, 1991.
- [5] J. D. Kraus and D. A. Fleisch, "*Electromagnetismo con Aplicaciones*", McGraw-Hill, pp. 615, 2000.
- [6] J.L Sebastian, S. Muñoz, M. Sancho and J.M. Miranda, *Phys. Med. Biol.* vol. 46, pp. 213, 2001.