



Control de Decoherencia Cuántica en Sistemas Abiertos

Diego F. Oviedo, John H. Reina

Universidad del Valle, Departamento de Física, A.A. 25360, Cali, Colombia

Recibido 23 de Oct.2007; Aceptado 15 de Jul.2008; Publicado 5 de Ene. 2009

Resumen

Se realiza un estudio comparativo de tres técnicas utilizadas en el control de decoherencia cuántica en un sistema debido a su interacción con el entorno. El primer mecanismo hace uso del efecto Zenón cuántico, mientras que en el segundo se utiliza el denominado desacoplamiento dinámico cuántico, en el cual se realiza la interrupción de la evolución mediante la aplicación de una secuencia de transformaciones unitarias. La tercera técnica utilizada recurre al acoplamiento continuo fuerte. Las estrategias de control se aplican a un sistema cuántico de dos niveles acoplado a un reservorio en equilibrio térmico. Se muestra que si la frecuencia N de las mediciones/pulsos es suficientemente grande, o si el factor de acoplamiento K es suficientemente fuerte, es posible controlar la decoherencia del sistema.

Palabras Clave: Dinámica cuántica, decoherencia, control cuántico

Abstract

We report on the study of several techniques for implementing decoherence control in a two-level system coupled to a reservoir in thermal equilibrium. The methods comprise i) the quantum Zeno effect, ii) the dynamical decoupling and iii) the strong continuum coupling techniques. We show, for different spectral densities and parameter windows, that a decoherence free evolution is possible provided that the frequency of measurements is large enough or that the coupling strength of method iii) is strong enough.

Keywords: Quantum dynamics, decoherence, quantum control

©2009. Revista Colombiana de Física. Todos los derechos reservados.

1. Introducción

Motivado por efectos cuánticos observados en diferentes tipos de nano-estructuras y además desde una óptica fundamental relacionada a la teoría de la información, en la actualidad existe un creciente interés en encontrar alternativas que permitan proteger las propiedades coherentes representadas por los efectos de interferencia en los sistemas cuánticos [1]. Son las interacciones con el entorno las responsables del fenómeno de decoherencia, el cual trae como consecuencia la pérdida de información asociada a la fase cuántica del sistema bajo estudio. En este trabajo reportamos un estudio comparativo de tres estrategias de control utilizadas para prevenir tales efectos decoherentes: i) Efecto Zenón cuántico (QZE), ii) Control mediante la aplicación de pulsos de desacoplamiento dinámico (pulsos “bang-bang”), y iii) acoplamiento continuo fuerte [2,3]. En i) se “con-

gela” la evolución del sistema debido a una gran cantidad de mediciones proyectivas realizadas sobre él. En ii) se genera una dinámica tal que el sistema abierto puede desacoplarse del entorno (e.g., un campo de radiación electromagnética cuantizado en equilibrio térmico) debido a la interrupción de su evolución mediante la aplicación de pulsos representados por transformaciones unitarias instantáneas. El control por iii) acoplamiento continuo fuerte es la generalización del efecto Zenón, donde el proceso de medición es esquematizado por una interacción realizada por otro sistema cuántico, y por lo tanto el tratamiento de la dinámica es análogo al efectuado en teoría de perturbaciones [3].

2. Modelo y Resultados

2.1. *Efecto Zenón Cuántico.* Este produce el retraso de la evolución de un sistema mediante la aplicación de

un gran número de mediciones representadas, de acuerdo al postulado de proyección de von-Neumann, por super-operadores de proyección. Si se realizan mediciones en los tiempos $t = k\tau$, ($k = 0, 1, \dots$), la matriz densidad total después de haberse efectuado N mediciones está determinada por

$$\rho(t) = \left[\hat{P} e^{L_T \tau} \hat{P} \right]^{t/\tau} \rho(0), \quad (1)$$

donde \hat{P} son los super-operadores de proyección (los cuales representan el papel de la medición cuántica), mientras que el factor $e^{L_T \tau}$ representa la evolución unitaria que experimenta el sistema total entre mediciones consecutivas. El Liouvilliano total asociado es $L_T = L_S + L_B + L_I$ (L_B denota el baño térmico), y la evolución temporal del operador densidad reducido se calcula a partir de la ecuación de Liouville-von Neumann. Para esto especificamos la interacción sistema reducido-reservorio. En el marco de Schrödinger, $H_I = \sum_m (X_m \otimes A_m^\dagger + X_m^\dagger \otimes A_m)$, donde los operadores X_m actúan sobre el sistema reducido, mientras que los operadores A_m^\dagger y A_m representan la creación y aniquilación de fotones en el baño térmico. La ecuación de Liouville-von Neumann

$$\frac{d}{dt} \rho_S(t) = [L_S + L_Z(\tau)] \rho_S(t), \quad (2)$$

donde L_S es el Liouvilliano del sistema reducido, provee la parte unitaria de la dinámica, y $L_Z(\tau)$ es el Liouvilliano asociado con la dinámica no unitaria provocada por las mediciones y la interacción sistema-entorno. La parte disipativa de la ecuación maestra da cuenta de la decoherencia cuántica, y viene dada por

$$\begin{aligned} L_Z(\tau) \rho_S = & \\ & \sum_{m \geq 0} \gamma_m^Z \hat{P} \left(X_m \hat{P} \rho_S X_m^\dagger - \frac{1}{2} \{ X_m^\dagger X_m, \hat{P} \rho_S \} \right) \\ & + \sum_{m \geq 1} \gamma_{-m}^Z \hat{P} \left(X_m^\dagger \hat{P} \rho_S X_m - \frac{1}{2} \{ X_m X_m^\dagger, \hat{P} \rho_S \} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

Los coeficientes $\gamma_m^Z(\tau)$ son las conocidas tasas de decaimiento, que dan cuenta de la tasa a la que el sistema pierde información cuántica debido a los efectos disipativos inducidos por el entorno. Estas dependen del factor de forma asociado a la interacción sistema-reservorio. En este trabajo analizamos los factores de forma exponencial y polinomial

$$\begin{aligned} \kappa^E(\omega) &= g^2 \omega \exp(-\omega/\Lambda_{\text{exp}}) \theta(\omega) \\ \kappa^P(\omega) &= g^2 \frac{\omega}{[1 + (\omega/\Lambda_{\text{pol}})^2]^2} \theta(\omega) \end{aligned} \quad (4)$$

donde la constante de acoplamiento $g = 1$, Λ es la frecuencia de corte y $\theta(\omega)$ es la función escalon. La tasa de decaimiento $\gamma^Z(\tau)$ debida al control Zenón cuántico es

$$\gamma^Z(\tau) = \tau \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \kappa^\beta(\omega) \left[\frac{\sin^2\left(\frac{\omega - \Omega}{2} \tau\right)}{\left(\frac{\omega - \Omega}{2} \tau\right)^2} \right]. \quad (5)$$

Para efectos de estimación numérica suponemos que el sistema de dos niveles posee una energía de transición $E = 5$ meV y frecuencia de Bohr $\Omega = 7,596 \times 10^{12} \text{s}^{-1}$. El ancho de banda del factor de forma $W = 7,596 \times 10^{14} \text{s}^{-1}$ y la temperatura del baño $T = 116,05$ K. Las tasas de decaimiento en ausencia de control de decoherencia toman los valores $\gamma_{\text{exp}} = 1,189 \times 10^{14} \text{s}^{-1}$ y $\gamma_{\text{pol}} = 1,212 \times 10^{14} \text{s}^{-1}$. En la Fig. 1(a) se muestra el cálculo de la cantidad adimensional $\gamma^Z(\tau)/\gamma$ como función del parámetro adimensional $W\tau$ para las correspondientes densidades espectrales. 2.2. *Desacoplamiento dinámico cuántico.* La interrupción de la evolución del sistema en este caso es debido a la aplicación sucesiva de pulsos esquematizados por transformaciones unitarias instantáneas. El objetivo de los pulsos consiste en inducir ciclos elementales de fliepos de espín en el sistema de dos niveles (o qubit). El operador densidad, después de que se han aplicado N pulsos, es

$$\rho(t) = [e^{L_k} e^{L_T \tau}]^{t/\tau} \rho(0), \quad (6)$$

donde e^{L_k} dicta la dinámica inducida por la aplicación de un pulso unitario y $e^{L_T \tau}$ es la evolución libre unitaria del sistema total entre pulsos consecutivos. La ecuación de Liouville-von Neumann en el presente caso toma la forma

$$\frac{d}{dt} \rho_S(t) = [L_S(\tau) + L_k(\tau)] \rho_S(t), \quad (7)$$

donde $L_S(\tau) = \frac{L_k}{\tau} + L_S$ representa la parte unitaria de la dinámica que incluye la evolución libre L_S y la evolución pulsada L_k , mientras que el operador $L_k(\tau)$ da cuenta de la parte disipativa influenciada por la interacción del sistema reducido con el reservorio. La parte disipativa de la ecuación maestra tiene la forma explícita

$$\begin{aligned} L_k(\tau) \rho_S = & \\ & \sum_{m \geq 0} \gamma_m^k(\tau) \left(X_m(\tau) \rho_S X_m^\dagger(\tau) - \frac{1}{2} \{ X_m^\dagger(\tau) X_m(\tau), \rho_S \} \right) \\ & + \sum_{m \geq 1} \gamma_{-m}^k(\tau) \left(X_m^\dagger(\tau) \rho_S X_m(\tau) - \frac{1}{2} \{ X_m(\tau) X_m^\dagger(\tau), \rho_S \} \right), \end{aligned} \quad (8)$$

y la tasa de decaimiento, cuando el qubit experimenta los pulsos “bang-bang”, viene dada por

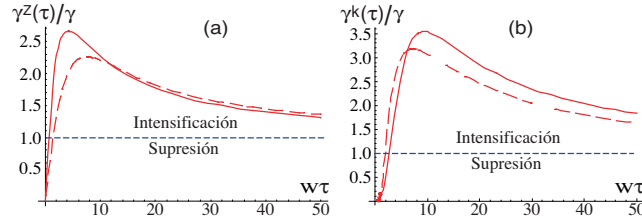


Figura 1. Línea continua: densidad espectral exponencial, línea punteada: densidad espectral polinomial para a) Efecto Zenón, y b) Pulsos bang-bang.

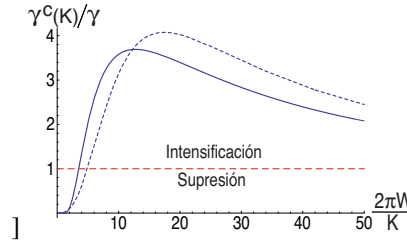


Figura 2. Acoplamiento continuo. Línea continua: densidad espectral exponencial. Línea punteada: densidad espectral polinomial.

$$\gamma^k(\tau) = \lim_{t \rightarrow \infty} t \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \kappa^\beta(\omega) \tan^2\left(\frac{\omega - \Omega}{2} \tau\right) \frac{\sin^2\left(\frac{\omega - \Omega}{2} t\right)}{\left(\frac{\omega - \Omega}{2} t\right)^2}, \quad (9)$$

donde $t = 2N\tau$ es el tiempo total en el que se desarrolla la evolución y el límite $t \rightarrow \infty$ representa un número muy grande de pulsos. Los resultados del cálculo de esta tasa disipativa, $\gamma^k(\tau)/\gamma$, como función de τ aparecen reportados en la Fig. 1(b).

2.3. Acoplamiento continuo fuerte. Este método de control es una generalización del efecto Zenón. El proceso de medición se esquematiza por una interacción realizada por otro sistema cuántico que depende de una constante de acoplamiento K . La parte disipativa de la ecuación maestra viene dada por

$$L_{K\rho_S} = \sum_{m \geq 0} \gamma_m^c(K) \left(X_{m\rho_S} X_m^\dagger - \frac{1}{2} \{ X_m^\dagger X_m, \rho_S \} \right) + \sum_{m \geq 1} \gamma_{-m}^c(K) \left(X_{m\rho_S}^\dagger X_m - \frac{1}{2} \{ X_m X_m^\dagger, \rho_S \} \right), \quad (10)$$

y la tasa de decaimiento por

$$\gamma^c(K) = \pi \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \kappa^\beta(\omega) [\delta(\omega - \Omega - K) + \delta(\omega - \Omega + K)]. \quad (11)$$

En este caso calculamos la función $\gamma^c(K)/\gamma$ como función del parámetro W/K . Los resultados, para densidades espectrales exponencial y polinomial se muestran en la Fig.2.

3. Discusion y Conclusiones

En las Figs. 1 y 2 se puede apreciar, como función de los parámetros adimensionales $W\tau$ y W/K respec-

tivamente, las regiones en las cuales es posible realizar control de la decoherencia del sistema. Estas corresponden a aquellas por debajo de la línea punteada horizontal (denotada "Supresión"), para las cuales las tasas de decaimiento satisfacen $\gamma^Z(\tau) < \gamma$, $\gamma^k(\tau) < \gamma$, y $\gamma^c(K) < \gamma$. Las características de tales funciones, debidas al método y densidad espectral utilizadas, se pueden apreciar en las figuras. Así, los mecanismos de control cuántico descritos dependen crucialmente de la función de densidad espectral, la cual refleja la forma de la interacción sistema-entorno. Los tiempos obtenidos para una evolución libre de decoherencia, para los casos de densidades espectrales exponencial y polinomial son, respectivamente: i) EZ: $8,121 \times 10^{-16}$ s y $1,016 \times 10^{-15}$ s; ii) pulsos "bang-bang": $2,501 \times 10^{-15}$ s y $2,969 \times 10^{-15}$ s. iii) Acoplamiento continuo. Las constantes de acoplamiento deben tomar los valores $4,267 \times 10^{14}$ s $^{-1}$ en el caso exponencial y $2,822 \times 10^{14}$ s $^{-1}$ en el caso polinomial. Para el qubit y densidades espectrales consideradas, el control por acoplamiento continuo es más efectivo en el sentido de la posible realización o implementación práctica en el laboratorio.

Referencias

- [1] G.S. Agarwal, M. Scully y H. Walter, Phys. Rev. A **63**, 044101 (2001).
- [2] L. Viola y S. Lloyd, Phys. Rev. A **58**, 2733 (1998).
- [3] P. Facchi *et al.*, arXiv: quant-ph/0403205.