Revista Colombiana de Física,Vol. 41, No.1, Enero 2009

Masas Efectivas Bosonicas en el Modelo Estandar Electrodébil a Temperatura y Densidad Finita

C. J. Quimbay y C. A. Peña [a]

[a]Departamento de Física; Universidad Nacional de Colombia.

Recibido 22 de Oct. 2007; Aceptado 15 de Oct. 2008; Publicado en línea 5 de Ene. 2009

Resumen

Calculamos las masas efectivas de los bosones escalares y vectoriales en el modelo estándar electrodébil a temperatura y densidad finita, introduciendo en el sistema estadístico los potenciales químicos asociados con la conservación de las corrientes electromagnética, débil neutra y leptónica del modelo. Inicialmente, a partir del valor esperado en el vacío del campo de Higgs, calculamos la temperatura crítica de la transición de fase electrodébil. Posteriormente obtenemos las ecuaciones de movimiento de los campos bosónicos partiendo de la densidad lagrangiana efectiva del modelo, lo cual permite identificar las masas efectivas como función del valor esperado en el vacío del campo de Higgs. Los cálculos los realizamos en la aproximación de campo medio y en el límite de altas temperaturas. Obtenemos que las masas efectivas bosónicas no dependen del potencial químico asociado con la corriente débil neutra.

Palabras Clave:Modelo estándar electrodébil, masas efectivas bosónicas, corrientes conservadas, potenciales químicos.

Abstract

We calculate the effective masses for the scalar and vectorial bosons in the electroweak standard model at finite temperature and density. We introduce in the statistical system the chemical potentials associated to the electromagnetic, neutral weak and leptonic conserved currents of the model. We start from the vacuum expectation value of the Higgs field and we calculate the critical temperature of the electroweak phases transition. Next we obtain the equation of motion of the bosonic fields from the effective lagrangian density of the model. This fact permits to identify the effective masses as a function on the vacuum expectation value of the Higgs field. We perform these calculations in the mean field approximation and in the high temperature limit. We obtain that the bosonic effective masses do not have a dependence over the chemical potential associated to the neutral weak current.

Keywords: Electroweak standard model, bosonic effective masses, conserved currents, chemical potentials.

1. Introducción

Es bien conocido que la ruptura espontánea de las simetrías gauge a temperatura finita, en presencia de potenciales químicos bosónicos, puede ser vista como un fenómeno de condensación [1,2]. Específicamente el Modelo Estandar Electrodébil (MEE) presenta simultáneamente transición de fase electródebil y condensación de Bose-Einstein del campo de Higgs, si un potencial químico bosónico μ es considerado en el sistema estadístico [1,2]. En tal caso la temperatura crítica de la transición de fase electrodébil (T_C) se incrementa con μ

[1]. Por otro lado, la inclusión de potenciales químicos fermiónicos en el sistema estadístico del MEE ha sido un tema de interés en la literatura [3]-[6]. En particular, se ha estudiado la inclusión simultánea de un potencial químico bosónico μ_1, asociado a la conservación de la carga electromagnética, y de un potencial químico leptónico μ_3, asociado con la conservación de la corriente leptónica [3]. La inclusión adicional del potencial químico bosónico μ_2, asociado con la conservación de la carga débil neutra, también se ha estudiado [5]-[6].

En este trabajo, considerando el MEE a temperatura finita en presencia de los tres potenciales químicos μ_1, μ_2 y μ_3, calculamos las masas efectivas de los bosones escalares y vectoriales del MEE. En la sección 2 se explica detalladamente como se realiza la inclusión de los tres potenciales químicos mencionados. Posteriormente, en la sección 3, obtenemos las ecuaciones de movimiento de los campos bosónicos, junto con la temperatura crítica de la transición de fase electrodébil, que se calcula a partir del valor esperado en el vacío del campo de Higgs. Finalmente, en la sección 4, presentamos las masas efectivas de los bosones escalares y vectoriales, que son identificadas a partir de las ecuaciones de cuasipartícula que se pueden obtener trabajando en la aproximación de campo medio y en el límite de altas temperaturas.

2. Corrientes conservadas del MEE

En el MEE existen cuatro corrientes conservadas, asociadas a los cuatro generadores del grupo electrodébil $SU(2)_L \times U(1)_Y$, construidas así: la corriente electromagnética $J^\mu_A = j^\mu + j^{3\mu}$, la corriente débil neutra $J^\mu_Z = (\frac{g'}{g} j^\mu - \frac{g}{g'} j^{3\mu}) = \frac{2}{\sin 2\theta}(j^\mu \sin^2\theta - j^{3\mu}\cos^2\theta)$ y las dos corrientes débiles cargadas $J^\mu_{W^+} = (J^\mu_{W^-})^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(j^{1\mu} + ij^{2\mu})$, donde las corrientes no abelianas son $j^a_\nu = -\frac{i}{2}\big[(D_\nu\phi)^+\tau^a\phi - \phi^+\tau^a(D_\nu\phi)\big] - \epsilon^{abc}F^c_{\mu\nu}A^{b\mu} + \sum_{m=1}^{3}\overline{\psi}_{mL}\gamma_\mu\frac{\tau^a}{2}\psi_{mL}$ y la corriente abeliana es $j_\mu = -\frac{i}{2}\big[(D_\nu\phi)^+\phi - \phi^+(D_\nu\phi)\big] - \sum_{m=1}^{3}(\overline{\psi}_{mR}\gamma_\mu\psi_{mR} - \frac{1}{2}\overline{\psi}_{mL}\gamma_\mu\psi_{mL})$, siendo g la constante de acoplamiento del grupo gauge de isoespín $SU(2)_L$, g' la del grupo gauge de hipercarga $U(1)_Y$ y θ el ángulo de mezcla electrodébil definido como $\tan g'/g$. Los campos gauge asociados respectivamente a estos grupos son A^a_μ (con $a = 1, 2, 3$) y B_μ. Los tensores de campo no abeliano $F^a_{\mu\nu}$ y abeliano $g_{\mu\nu}$ están definidos respectivamente como $F^a_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + g\epsilon^{abc}A^b_\mu A^c_\nu$ y $g_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$. Adicionalmente ψ_{mL} y ψ_{mR} son respectivamente los dobletes y singletes leptónicos bajo $SU(2)_L$, mientras que ϕ es un doblete de campos escalares complejos bajo $SU(2)_L$, definido como $\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}\phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4\end{pmatrix}$ y descrito por la densidad lagrangiana $\mathcal{L}_H = (D^\mu\phi)^+(D_\mu\phi) + c^2\phi^+\phi - \lambda(\phi^+\phi)^2$.

Existe otra corriente en el MEE, la llamada corriente leptónica J^μ_l, asociada a una simetría global $U(1)_l$ que posee la densidad lagrangiana del MEE, la cual está dada por $J^\mu_l = \sum_{m=1}^{3}(\overline{\psi}_{mL}\gamma^\mu\psi_{mL} + \overline{\psi}_{mR}\gamma^\mu\psi_{mR})$. Cabe aclarar que existe otra corriente fermiónica, la corriente de quarks, pero por simplicidad no es considerada en este trabajo. Asociadas respectivamente a las corrientes conservadas J^μ_A, J^μ_Z y J^μ_l, por el teorema de Noether, se tienen tres densidades de carga conservadas dadas por $N_1 = \int d^3x J^0_A$, $N_2 = \int d^3x J^0_Z$ y $N_3 = \int d^3x J^0_l$. Las tres corrientes J^0_A, J^0_Z y J^0_l conmutan entre sí y con la densidad Hamiltoniana del MEE, y por el contrario las corrientes $J^\mu_{W^+}$ y $J^\mu_{W^-}$ no conmutan con las demás. Por esta razón, en lo que sigue solamente se tienen en cuenta las corrientes conservadas electromagnética, débil neutra y leptónica, puesto que permiten un conjunto completo de observables compatibles. Según el teorema de Lagrange, de la mecánica estadística, a cada cantidad conservada es posible asociarle un multiplicador de lagrange o potencial químico. Por este motivo, en la función de partición del sistema estadístico del MEE, se introducen los potenciales químicos asociados a la densidad de carga electromagnética conservada N_1, que se nota como μ_1, el asociado a la carga débil neutra N_2, que se nota como μ_2, y finalmente el asociado a la carga leptónica N_3, que se nota como μ_3.

3. Ecuaciones de movimiento de los campos bosónicos

A partir de la densidad lagrangiana efectiva $\mathcal{L}_{eff}$ del MEE, que se obtiene después de integrar sobre los momentos canónicamente conjugados a los campos en la función de partición, y con la ayuda de las ecuaciones de Euler-Lagrange, podemos encontrar las ecuaciones de movimiento de los diferentes campos. Por ejemplo, la ecuación del doblete de campo escalar ϕ está dada por $[\partial^\nu\partial_\nu + ig[A^{a\nu} + (\mu_1 - \frac{2\mu_3\cos^2\theta}{\sin 2\theta})\frac{\delta^{a3}\delta^{\nu 0}}{g}]\tau^a\partial_\nu + ig'[B^\nu + (\mu_1 + \frac{2\mu_3\sin^2\theta}{\sin 2\theta})\frac{\delta^{\nu 0}}{g'}]\partial_\nu + i\frac{g}{2}\partial_\nu(A^{a\nu}\tau^a) + i\frac{g'}{2}(\partial_\nu B^\nu) - \frac{1}{4}(g[A^{a\nu} + (\mu_1 - \frac{2\mu_3\cos^2\theta}{\sin 2\theta})\frac{\delta^{\nu 0}}{g}]\tau^a + g'[B^\nu + (\mu_1 + \frac{2\mu_3\sin^2\theta}{\sin 2\theta})\frac{\delta^{\nu 0}}{g'}])^2 - c^2]\phi = -2\lambda\phi\phi^+\phi$, mientras que las de los campos vectoriales no abelianos están dadas por $\partial^\mu\partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu(\partial^\mu A^a_\mu) = -i\frac{g}{2}[\overline{D}_\nu\phi)^+\tau^a\phi - \phi^+\tau^a(\overline{D}_\nu\phi)] - \epsilon^{abc}\overline{F}^b_{\mu\nu}[gA^{c\mu} + (\mu_1 - \frac{2\mu_3\cos^2\theta}{\sin 2\theta})\delta^{c3}\delta^{\mu 0}] - \frac{g}{2}\sum_{m=1}^{3}\overline{\psi}_{mL}\gamma_\nu\tau^a\psi_{mL}$ y la del campo vectorial abeliano por $\partial^\mu\partial_\mu B_\nu - \partial_\nu(\partial^\mu B_\mu) = -i\frac{g'}{2}[(\overline{D}_\nu\phi)^+\phi - \phi^+(\overline{D}_\nu\phi)] + g'\sum_{m=1}^{3}(\overline{\psi}_{mL}\gamma_\nu\psi_{mL} + \overline{\psi}_{mR}\gamma_\nu\psi_{mR})$.

A continuación calculamos el valor esperado en el vacío del campo de Higgs. Para hacer ésto implementamos la ruptura espontánea de la simetría electrodébil a través del mecanismo de Higgs. Esta ruptura de simetría se lleva a cabo, eligiendo un estado de vacío específico en la teoría, mediante una transformación del doblete de campo escalar de la forma $\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}\psi_1 + i\psi_2 \\ \psi_3 + i\psi_4\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}0 \\ \xi\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}\psi_1 + i\psi_2 \\ \nu + \psi_3 + i\psi_4\end{pmatrix}$, donde el valor esperado en el vacío del campo de Higgs ν se ha definido en términos del parámetro ξ, como $\nu = \sqrt{2}\xi$. Si tomamos el promedio de Gibbs de la ecuación de movimiento del doblete de campo escalar ϕ, usando la aproximación de campo medio y en el límite de altas temperaturas, obtenemos que el cuadrado del valor esperado en el vacío del campo de Higgs a temperatura y densidad finita es $\xi^2 = \frac{1}{2\lambda}[c^2 + \frac{\mu_3^2}{\sin^2 2\theta} - \frac{T^2}{4}(\frac{1}{4}g'^2 + \frac{3}{4}g^2 + 2\lambda)]$. La condición $\xi = 0$ define la frontera de la transición de fase electrodébil asociada con la ruptura espontánea de la simetría electrodébil, por lo cual su temperatura crítica (T_C) queda definida a partir de $T_C^2 = 4(c^2 + \mu_3^2/\sin^2 2\theta)/(\frac{1}{4}g'^2 + \frac{3}{4}g^2 + 2\lambda)$. Observamos que T_C depende solamente del potencial químico leptónico μ_3 y de los parámetros desconocidos c y λ, con los cuales se define la masa del bosón de Higgs.

4. Masas efectivas bosónicas

A continuación se encuentra las masas efectivas de los campos bosónicos escalares y vectoriales. Las ecuaciones de cuasipartícula para los bosones escalares ψ_1, ψ_2, ψ_3 y ψ_4 son obtenidas a partir de tomar el promedio de Gibbs, usando la técnica de cuasipartícula, sobre la ecuación de movimiento del doblete escalar ϕ. Se pueden identificar a partir de la ecuación de cuasipartícula respectiva, las masas efectiva de los cuatro bosones escalares. La masa efectiva del boson escalar no físico ψ_1 está dada por $M_1^2 = -(\mu_1 - \frac{2\mu_3\cos^2\theta}{\sin 2\theta} + \frac{\mu_3}{\sin 2\theta})^2 - c^2 + 2\lambda\xi^2 - e^2\langle A^\nu A_\nu\rangle - \frac{1}{4}(g'^2 - g^2)^2(\frac{e}{gg'})^2\langle Z^\nu Z_\nu\rangle - \frac{1}{2}g^2\langle W^{+\nu}W^-_\nu\rangle + \lambda(3\langle\psi_1^2\rangle + \langle\psi_2^2\rangle + \langle\psi_3^2\rangle + \langle\psi_4^2\rangle)$, la del bosón escalar no físico ψ_2 está dada por $M_2^2 = -(\mu_1 - \frac{2\mu_3\cos^2\theta}{\sin 2\theta} + \frac{\mu_3}{\sin 2\theta})^2 - c^2 + 2\lambda\xi^2 - e^2\langle A^\nu A_\nu\rangle - \frac{1}{4}(g'^2 - g^2)^2(\frac{e}{gg'})^2\langle Z^\nu Z_\nu\rangle - \frac{1}{2}g^2\langle W^{+\nu}W^-_\nu\rangle + \lambda(3\langle\psi_2^2\rangle + \langle\psi_1^2\rangle + \langle\psi_3^2\rangle + \langle\psi_4^2\rangle)$, la del boson físico escalar ψ_3, llamado bosón de Higgs, es $M_3^2 = -\frac{\mu_3^2}{\sin^2 2\theta} - c^2 + 6\lambda\xi^2 - \frac{1}{2}g^2\langle W^{+\nu}W^-_\nu\rangle - \frac{1}{4}(\frac{gg'}{e})^2\langle Z^\nu Z_\nu\rangle + \lambda(3\langle\psi_3^2\rangle + \langle\psi_1^2\rangle + \langle\psi_2^2\rangle + \langle\psi_4^2\rangle) = 4\lambda\xi^2$ y por último la del bosón escalar no físico ψ_4 está dada por $M_4^2 = -\frac{\mu_3^2}{\sin^2 2\theta} - c^2 + 2\lambda\xi^2 - \frac{1}{2}g^2\langle W^{+\nu}W^-_\nu\rangle - \frac{1}{4}(\frac{gg'}{e})^2\langle Z^\nu Z_\nu\rangle + \lambda(3\langle\psi_4^2\rangle + \langle\psi_3^2\rangle + \langle\psi_2^2\rangle + \langle\psi_1^2\rangle)$. Teniendo en cuenta el valor de ξ^2 y que en el límite de alta temperatura los promedios de Gibbs toman los valores $\langle W^+_\nu W^-_\nu\rangle = \langle Z^\nu Z_\nu\rangle = \langle A^\nu A_\nu\rangle = \frac{-3T^2}{12}$ y $\langle\psi_1^2\rangle = \langle\psi_2^2\rangle = \langle\psi_3^2\rangle = \langle\psi_4^2\rangle = \frac{T^2}{12}$, entonces se encuentra que el cuadrado de la masa de los bosones de Goldstone cargados $\psi^\pm$ es $M^2_{\psi^\pm} = \mu_3^2 - \mu_1^2 + 2\mu_3\mu_1\cot 2\theta$, el cuadrado de la masa del bosón de Goldstone neutro ψ^0 es $M^2_{\psi^0} = 0$ y el cuadrado de la masa del bosón de Higgs H es $M_H^2 = 4\lambda\xi^2 = 2[c^2 + \frac{\mu_3^2}{\sin^2 2\theta} - \frac{T^2}{4}(\frac{1}{4}g'^2 + \frac{3}{4}g^2 + 2\lambda)]$.

Considerando que los bosones vectoriales físicos $W^\pm_\mu$, Z_μ y A_μ se construyen como combinaciones lineales de los campos gauge no físicos así $W^\pm_\mu = \frac{1}{\sqrt{2}}(A^1_\mu \mp iA^2_\mu)$, $Z_\mu = \frac{1}{\sqrt{g^2+g'^2}}(gA^3_\mu - g'B_\mu)$ y $A_\mu = \frac{1}{\sqrt{g^2+g'^2}}(g'A^3_\mu + gB_\mu)$, se obtienen las ecuaciones de cuasipartícula para los bosones vectoriales físicos a partir de tomar el promedio de Gibbs sobre las ecuaciones de movimiento de los campos vectoriales no abelianos y del campo abeliano. A partir de la ecuación de cuasipartícula respectiva, se identifica las masas efectiva de los tres bosones vectoriales físicos. La masa efectiva del fotón A_μ es $M^2_{A_\nu} = \left(\frac{g'^2}{g^4 - g'^4}\right)\left(\frac{g}{e}\right)^2[g^2M^2_{B_\nu} - g'^2M^2_{A^3_\nu}] = 0$, la masa efectiva del bosón electrodébil neutro Z_μ es $M_Z^2 = \left(\frac{g^2}{g'^4 - g^4}\right)\left(\frac{g'}{e}\right)^2[g'^2M^2_{B_\nu} - g^2M^2_{A^3_\nu}] = \left(\frac{g'}{e}\right)^2M^2_{A^3_\nu} = \left(\frac{g}{e}\right)^2M^2_{B_\nu} = \frac{1}{4}\left(\frac{gg'}{e}\right)^2(2\xi^2 + \langle\psi_1^2\rangle + \langle\psi_2^2\rangle + \langle\psi_3^2\rangle + \langle\psi_4^2\rangle)$ y la masa efectiva de los bosones electrodébiles cargados $W^\pm_\mu$ es $M_W^2 = M^2_{A^1_\nu} = M^2_{A^2_\nu} = \frac{g^2}{4}(2\xi^2 + \langle\psi_1^2\rangle + \langle\psi_2^2\rangle + \langle\psi_3^2\rangle + \langle\psi_4^2\rangle) + q$, donde $q = 0$ para $\nu = 0$ y $q = -\mu_w^2$ para $\nu \neq 0$, siendo $\mu_w = \mu_1 - \frac{2\mu_3\cos^2\theta}{\sin 2\theta}$. Teniendo en cuenta el valor de ξ^2 y los valores de los promedios de Gibbs, en el límite de alta temperatura, se obtiene que la masa del fotón es $M^2_{A_\nu} = 0$, la masa del bosón electrodébil neutro es $M_Z^2 = \frac{1}{4}(g^2+g'^2)\frac{1}{\lambda}[c^2 + \frac{\mu_3^2}{\sin^2 2\theta} - \frac{T^2}{4}(\frac{1}{4}g'^2 + \frac{3}{4}g^2 + \frac{2}{3}\lambda)]$

y la masa del bosón electrodébil cargado es $M_W^2 = \frac{g^2}{4}\frac{1}{\lambda}[c^2 + \frac{\mu_3^2}{\sin^2 2\theta} - \frac{T^2}{4}(\frac{1}{4}g'^2 + \frac{3}{4}g^2 + \frac{2}{3}\lambda)] + q$. Para esta última masa, resulta interesante la aparición del término de masa q. Se observa que para los bosones $W_\mu^\pm$, los cuadrados de las masas de sus componentes espaciales tienen menor masa que las de las componentes temporales, en una cantidad $-\mu_w^2$. Este comportamiento podría estar relacionado con la condensación de bosones W.

Referencias

[1] J. I. Kapusta, Phys. Rev. D **24**, 426 (1981).

[2] H. E. Haber and H. A. Weldon, Phys. Rev. D **25**, 502 (1982); Phys. Rev. Lett. **46**, 1497 (1981).

[3] H. Pérez Rojas and O. K. Kalashnikov, Nucl. Phys. B **293**, 241 (1987); Phys. Rev. D **40**, 1255 (1989).

[4] M. Chaichian, C. Montonen and H. Pérez Rojas, Phys. Lett. B **256**, 227 (1991).

[5] E. J. Ferrer, V. De La Incera and A. E. Shabad, Phys. Lett. B **185**, 407 (1987); Nucl. Phys. D **309**, 120 (1988).

[6] J. I. Kapusta, Phys. Rev. D **42**, 919 (1990).