

## MODOS DE PROPAGACIÓN EN UNA FIBRA ÓPTICA DE ÍNDICE DE PERFIL ESCALONADO

Juan Manuel Vilarity<sup>1</sup>, Jorge Antonio Salleg<sup>1</sup>, Jorge Eliécer Calderon<sup>1</sup>  
Cesar Torres Moreno<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Estudiantes de Ingeniería Electrónica, Universidad Popular del Cesar*

<sup>2</sup>*Coordinador Laboratorio de Óptica e Informática, Universidad Popular del Cesar.*

(Recibido 26 de Sep.2005; Aceptado 10 de Enr.2006; Publicado 28 de Abr. 2006)

### RESUMEN

En este trabajo se realizó un estudio sobre la obtención de los modos de propagación en una fibra óptica de índice de perfil escalonado, de manera teórica (donde la descripción de la propagación característica, Modos, fue obtenida al resolver las ecuaciones de Maxwell para una guía de onda cilíndrica con condiciones de frontera establecidas por la geometría de la fibra), digital y con implementación experimental, donde observamos los modos característicos (EH, HE, TE y TM) y los modos linealmente polarizados, en el cual se encontró que una fibra del tipo mencionado, puede ser caracterizada por el número- $V$  (Parámetro característico de la guía de onda o número de onda normalizado), como monomodo, si  $V < 2.405$ , o multimodo, si  $V > 2.405$ , y dicho parámetro  $V$  esta en función de la longitud de onda (de iluminación de la fibra), radio del núcleo de la fibra y la apertura numérica (Índices de refracción del núcleo,  $n_1$ , y del revestimiento,  $n_2$ , aquí los índices siguen la condición:  $n_1 - n_2 \ll 1$ ).

**Palabras claves:** Ecuaciones de Maxwell, Guía de onda cilíndrica, Fibra Óptica de índice de perfil escalonado, Modos característicos, Modos linealmente polarizados.

### ABSTRACT

In the present paper we conducted a study about obtaining the propagation modes in an optic fibre of index step profile, in a theoretical way (where the description of the characteristic propagation, Modes, was obtained when solving the Maxwell's equations for a cylindrical waveguide with frontier conditions settled by the geometry of the fibre), digital, and with experimental implementation, where we observe the characteristic modes (EH, HE, TE and TM) and the modes lineally polarized, in which we found that a fibre of the mentioned type can be characterized by the number- $V$  (characteristic waveguide Parameter or normalized wavenumber), as monomode, if  $V < 2.405$ , or multimode, if  $V > 2.405$ , and this parameter  $V$  is in function of the wavelength (of illumination of the fibre), core radius of the fibre and the numeric aperture (Indexes of refraction of the core,  $n_1$ , and of the cladding,  $n_2$ , here the indexes follow the condition:  $n_1 - n_2 \ll 1$ ).

**Key words:** Maxwell's equations, Cylindrical waveguide, Optic fiber of index step profile, Characteristic modes, Modes lineally polarized.

## 1. INTRODUCCIÓN

Para el caso de la fibra óptica se presenta una ecuación de onda cilíndrica, con condiciones de frontera establecidas por el núcleo y el revestimiento, la cual describe la propagación del campo electromagnético dentro del material dieléctrico de la fibra, mostrando los diferentes modos

característicos y linealmente polarizados de propagación, que indican la proporción de la contribución del campo eléctrico y magnético en la perturbación del óptica dentro de la fibra.

**2. Ecuación de guía de onda cilíndrica y modos de propagación en una fibra óptica de índice de perfil escalonado**

La solución general de la ecuación de onda en coordenadas cilíndricas para la fibra óptica de índice de perfil escalonado se encuentra al aplicar el método de separación de variables a la ecuación (para el campo magnético la ecuación es de la misma forma):

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial E_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} + n^2 k_0^2 E_z = 0 \tag{1}$$

Con las siguientes condiciones de contorno:

Núcleo:  $n=n_1$ , si  $r < a$ , Revestimiento:  $n=n_2$ , si  $a < r < b$ .

Para lo cual se obtiene, para el núcleo,  $r < a$ :

$$E_z(\vec{r}, t) = A J_l(K_T r) \exp[i(\omega t + l\phi - \beta z)], H_z(\vec{r}, t) = B J_l(K_T r) \exp[i(\omega t + l\phi - \beta z)] \tag{2}$$

Para el revestimiento,  $a < r < b$ :

$$E_z(\vec{r}, t) = C K_l(\gamma r) \exp[i(\omega t + l\phi - \beta z)], H_z(\vec{r}, t) = D K_l(\gamma r) \exp[i(\omega t + l\phi - \beta z)] \tag{3}$$

Donde:

$$K_T^2 = n_1^2 k_0^2 - \beta^2, \rightarrow r < a, \quad \gamma^2 = \beta^2 - n_2^2 k_0^2, \rightarrow a < r < b \tag{4}$$

Obtenidas las soluciones para las componentes  $z$  de los vectores de campo eléctrico y magnético, las demás componentes transversales de los campos se pueden encontrar en función de  $E_z$  y  $H_z$ , por medio de las ecuaciones de Maxwell [1]. En la frontera núcleo-revestimiento ( $r=a$ ), al tratarse de dos materiales dieléctricos, debe haber continuidad para toda  $z$  en la componente tangencial axial y en la componente tangencial en la dirección  $\phi$  de los campos eléctrico y magnético, así con  $r=a$ , en dichas componentes de campo, e igualándolas respectivamente se obtiene cuatro ecuaciones que deben cumplir las diferentes constantes del fenómeno, y que al manipular dichas ecuaciones, se obtiene la ecuación condición de modo:

$$\left( \frac{J_l(K_T a)}{K_T a J_l(K_T a)} + \frac{K_l(\gamma a)}{\gamma a K_l(\gamma a)} \right) \left( \frac{n_1^2 J_l(K_T a)}{K_T a J_l(K_T a)} + \frac{n_2^2 K_l(\gamma a)}{\gamma a K_l(\gamma a)} \right) = \left( \frac{1}{K_T^2 a^2} + \frac{1}{\gamma^2 a^2} \right) \left( \frac{\beta l}{k_0} \right)^2 \tag{5}$$

Dado los valores de  $K_T$  y  $\gamma$ , la ecuación de condición de modo es una función trascendental de  $\beta$  para cada  $l$ . La ecuación (5), tiene dos clases de soluciones, al ser considerar cuadrática en  $J_l'(K_T a) / K_T a J_l(K_T a)$  [1], y al resolverla para la raíz positiva y negativa, los modos híbridos  $EH$  y  $HE$ , están dados por las siguientes ecuaciones:

$$\frac{J_{l+1}(K_T a)}{K_T a J_l(K_T a)} = \frac{n_1^2 + n_2^2}{2n_1^2} \frac{K_l'(\gamma a)}{\gamma a K_l(\gamma a)} + \left( \frac{l}{K_T^2 a^2} - R \right) \quad (EH), \quad \frac{J_{l-1}(K_T a)}{K_T a J_l(K_T a)} = -\frac{n_1^2 + n_2^2}{2n_1^2} \frac{K_l'(\gamma a)}{\gamma a K_l(\gamma a)} + \left( \frac{l}{K_T^2 a^2} - R \right) \quad (HE) \tag{6}$$

Donde:

$$R = \left[ \left( \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2} \right)^2 \left( \frac{K_l'(\gamma a)}{\gamma a K_l(\gamma a)} \right)^2 + \left( \frac{1}{K_T^2 a^2} + \frac{1}{\gamma^2 a^2} \right)^2 \left( \frac{\beta l}{n_1 k_0} \right)^2 \right]^{1/2} \tag{7}$$

Un caso especial para los modos híbridos  $HE$  y  $EH$  se tiene cuando  $l=0$ , en las ecuaciones de (6), respectivamente:

$$\frac{J_1(K_T a)}{K_T a J_0(K_T a)} = -\frac{K_1(\gamma a)}{\gamma a K_0(\gamma a)} \quad (TE), \quad \frac{J_1(K_T a)}{K_T a J_0(K_T a)} = -\frac{n_2^2 K_1(\gamma a)}{\gamma a n_1^2 K_0(\gamma a)} \quad (TM) \tag{8}$$

Estas soluciones son referidas como los modos *TE* (Transversal Eléctrico) y *TM* (Transversal Magnético). Para los cuales los campos solamente están compuestos por las componentes:  $H_r$ ,  $H_z$ , y  $E_\theta$  en los modos *TE* y  $E_r$ ,  $E_z$ , y  $H_\theta$  en los *TM*.

Las ecuaciones (6) pueden ser resueltas gráficamente dibujando ambos lados de dichas ecuaciones como funciones de  $K_T a$ , reemplazando la siguiente ecuación en los miembros derechos de las ecuaciones anteriormente mencionadas:

$$(\gamma a)^2 = (n_1^2 - n_2^2) a^2 k_0^2 - (K_T a)^2 = V^2 - (K_T a)^2 \tag{9}$$

De lo anterior se encuentra el parámetro  $V$ , que es llamado: **Parámetro característico de la guía de onda**, ó, **El número o frecuencia de onda normalizada**, o simplemente, **El numero-V**, dado por la siguiente ecuación:

$$V = a k_0 (n_1^2 - n_2^2)^{1/2} = \frac{2\pi a}{\lambda_0} NA \tag{10}$$

Donde  $NA$ , es la **Apertura Numérica**: Que es la capacidad que tiene la fibra para aceptar la luz inyectada en el núcleo. El numero- $V$  es utilizado para cualquier fibra óptica de índice de perfil escalonado para determinar los modos propagados por medio de las graficas de la ecuación (6), pero una buena aproximación de las componentes de los campos, puede ser obtenida en fibras con un índice en el núcleo ligeramente mayor que en el revestimiento ( $n_1 - n_2 \ll 1$ , estas soluciones simplificadas usan esta cualidad, [2]), los modos aquí encontrados son llamados linealmente polarizados, que son campos transversales y polarizados ortogonalmente uno al otro y son dominados por una de las componentes  $E_x$  o  $E_y$  y  $H_y$  o  $H_x$ . Los modos linealmente polarizados en  $y$ , para el núcleo ( $r < a$ ):

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \left[ A J_l(K_T r) \hat{j} + \frac{AK_T}{2\beta} \left[ J_{l+1}(K_T r) e^{i\phi} + J_{l-1}(K_T r) e^{-i\phi} \right] \hat{k} \right] \exp[i(\omega t + l\phi - \beta z)] \tag{11}$$

$$\vec{H}(\vec{r}, t) = \left[ -\frac{\beta A}{w\mu} J_l(K_T r) \hat{i} - \frac{iAK_T}{2w\mu} \left[ J_{l+1}(K_T r) e^{i\phi} - J_{l-1}(K_T r) e^{-i\phi} \right] \hat{k} \right] \exp[i(\omega t + l\phi - \beta z)] \tag{12}$$

Para el revestimiento ( $r < a$ ):

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \left[ BK_l(\gamma r) \hat{j} + \frac{B\gamma}{2\beta} \left[ K_{l+1}(\gamma r) e^{i\phi} - K_{l-1}(\gamma r) e^{-i\phi} \right] \hat{k} \right] \exp[i(\omega t + l\phi - \beta z)] \tag{13}$$

$$\vec{H}(\vec{r}, t) = \left[ -\frac{B\beta}{w\mu} K_l(\gamma r) \hat{i} - \frac{iB\gamma}{2w\mu} \left[ K_{l+1}(\gamma r) e^{i\phi} + K_{l-1}(\gamma r) e^{-i\phi} \right] \hat{k} \right] \exp[i(\omega t + l\phi - \beta z)] \tag{14}$$

La condición de modo degenerada para los modos linealmente polarizados es, [3]:

$$K_T \frac{J_{l+1}(K_T a)}{J_l(K_T a)} = \gamma \frac{K_{l+1}(\gamma a)}{K_l(\gamma a)} \tag{15}$$

La nueva ecuación condición de modo (aproximada) con las raíces de  $J_{l-1}(V)=0$ , en conjunto con el numero- $V$ , determina los modos que se propagan. Los modos linealmente polarizados son designados  $LP_{lm}$ , donde el primer subíndice corresponde a  $l=0, 1, 2, \dots$ , y el segundo subíndice  $m=1, 2, 3, \dots$ , indica la raíz  $m$  de la ecuación (15). Los valores del numero- $V$  para que los modos de orden bajo  $LP_{lm}$  se propaguen, están dados por la siguiente tabla:

**Tabla No.1.** Frecuencias de corte de  $V$  para algunos modos LP de orden bajo.

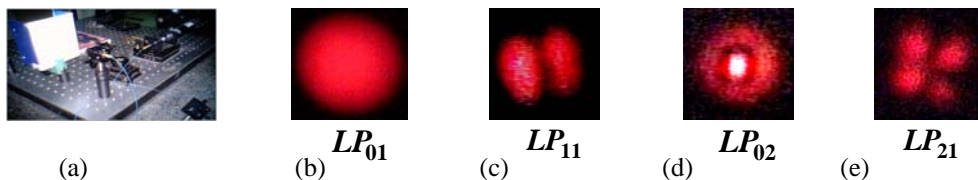
$V$	$m=1$	$m=2$	$M=3$	$M=4$
$l=0$	0	3.832	7.016	10.173
$l=1$	2.405	5.520	8.654	11.792
$l=2$	3.832	7.106	10.173	13.323
$l=3$	5.136	8.417	11.620	14.796
$l=4$	6.379	9.760	13.017	16.224

**3. Obtención digital y experimental de los modos de propagación en una fibra óptica de índice de perfil escalonado para un número- $V$  específico**

Para la simulación digital (Matlab<sup>®</sup> 6.5) y la obtención experimental de los distintos modos de propagación linealmente polarizados, se utiliza una fibra óptica de índice de perfil escalonado con un radio en el núcleo de,  $a=4.5\mu m$ , y una apertura numérica de,  $NA=0.11$ , y una fuente de iluminación monocromática con longitud de onda,  $\lambda=632nm$ , para lo cual el número- $V$  es,  $V=4.921$ , (hay que aclarar que los resultados encontrados representan los patrones de intensidad de los modos que se propagan), para lo cual resultan los siguientes modos propagados digitales (Figura No 1) y experimentales (Figura No 2, para lograr ver todos estos, es necesario variar el ángulo de inyección de la luz en la fibra):



**Figura No 1.** Patrón de intensidad digital de los modos linealmente polarizados en  $y$ .



**Figura No. 2.** (a) Montaje experimental para la obtención de los patrones de intensidad de los modos. (b), (c), (d), y (e) Patrón experimental de intensidad de los modos linealmente polarizados.

**CONCLUSIONES:** Esta investigación ha concluido con encontrar el número de modos que se propagan por una fibra óptica de índice de perfil escalonado realizando los previos estudios analíticos de el caso general y por ultimo de un caso específico de la propagación de una guía de onda cilíndrica con las condiciones de frontera que impone la fibra, por medio del numero- $V$ , mostrando que para una fibra con un número  $V < 2.405$  se tiene una fibra monomodo y de lo contrario seria multimodo, simulando digitalmente para cerciorarse que modos se tendrían que visualizar experimentalmente, teniendo presente los datos reales necesarios para determinar el numero- $V$ , que fueron encontrados de lo investigado para la fibra: la apertura numérica, el radio del núcleo, y la longitud de onda del láser usado, y experimentalmente se encontraron los modos propagados para la fibra multimodo caracterizada en esta investigación de acuerdo a lo teórico y simulado digitalmente.

[1]. Amnon, Yariv., "Optical Electronics in Modern Communications". Oxford Univ. 1997  
 [2]. Gloge, D., "Weakly guiding fibers", Appl. Opt. 10:2252, 1971.  
 [3]. D. Marcuse, Theory of dielectric optical Waveguide. N. Y.: Academics Press, 1974.