

ESTIMACIÓN DE LA MASA DE UNA GALAXIA ESPIRAL: UNA PROPUESTA PARA ESTUDIANTES DE PREGRADO USANDO EL COMPUTADOR

Mauricio Mendivelso Villaquirán¹, Mirta Yuley Porras Lugo²
^{1,2}Grupo Física y Matemática Departamento de Física
Universidad Pedagógica Nacional.

(Recibido 20 de Oct.2005; Aceptado 28 de Feb.2006; Publicado 05 de Abr.2006)

RESUMEN

A través de espectros de galaxias espirales en el rango del visible es posible estimar la masa contenida en uno de estos sistemas. El uso del software de reducción y análisis de espectros IRAF y la integración numérica (a través de un sencillo programa en lenguaje C) permiten desarrollar esta propuesta en el aula con estudiantes de pregrado (y aún en un club de ciencias escolar) para el aprendizaje de la astrofísica.

Palabras claves: galaxia espiral, espectros, curvas de rotación, enseñanza de la astronomía

ABSTRACT

Using spiral galaxies visible region spectra it is possible to estimate the mass content in a spiral galaxy. Using spectra reduction and analysis software (like IRAF) and a numerical integration method (developed with a simple C program) it can develop this purpose in the classroom with undergraduate students (in a high school science club yet) to learning of astrophysics.

Keywords: spiral galaxy, spectra, rotation curve, astronomy teaching

Introducción

La enseñanza de la astrofísica, como área particular de la enseñanza de la física (y claramente de la enseñanza de la astronomía) involucra el uso de la abstracción como medio para la construcción del conocimiento. Algunas cantidades, en particular las relativas a las galaxias pueden ser calculadas usando la mecánica newtoniana y el computador como herramientas de trabajo. Aunque este trabajo está basado en el uso de software de reducción y análisis de espectros (IRAF) y de la programación en lenguaje C esta actividad bien puede prescindir de estas herramientas pues el centro de atención principal, las curvas de rotación galácticas, están disponibles en Internet. Sin embargo, el ejercicio de construir tal curva es, en sí mismo, muy llamativo y proporciona el complemento ideal para el trabajo con curvas de rotación, aunque aquí se esboce muy superficialmente, con muy poco detalle.

Intentamos mostrar en este artículo la pertinencia del uso de curvas de rotación para la estimación de una de las variables dinámicas de una galaxia espiral: la masa contenida hasta un radio r . Después de explicar cuál es el significado de la curva de rotación, mostraremos un cálculo que aproxima, en primera instancia, un estimado de la masa galáctica, la estimación posterior a partir del cálculo numérico y cómo orientar una posible actividad con estudiantes, el fin primordial de la propuesta.

Curvas de rotación de galaxias espirales

Una galaxia espiral es un sistema compuesto de gas, polvo y estrellas con tres componentes principales: núcleo galáctico, disco y halo galáctico, que es una región que rodea

por completo a las otras dos. Compuesta en su mayoría de cúmulos estelares, el halo galáctico es una región uniformemente poblada y de forma esférica[5]. Dado que los puntos del halo galáctico emiten más débilmente que los puntos del disco, se toma el espectro de la galaxia en el rango visible usando los elementos del plano galáctico principal y consideramos que la manera como se mueven los elementos del disco es una muestra de cómo lo hacen los del halo^a.

Estos espectros se obtienen en países donde las condiciones atmosféricas permitan obtener espectros confiables. Por las condiciones atmosféricas, en particular lo relativo al *seeing* astronómico, los territorios con latitud ϕ tal que $-20^\circ < \phi < 20^\circ$, esto es, de la zona ecuatorial, no permiten tales condiciones (en esa franja se ubica Colombia). Una vez obtenido tal espectro, debe ser reducido y calibrado cuando menos en longitud de onda^b. Contando con el espectro de una lámpara de calibración y comparando con las líneas de un espectro de una lámpara se puede determinar el corrimiento Doppler (Doppler shift) para el núcleo galáctico. IRAF cuenta con la tarea *dopcor* que establece el valor de dicho corrimiento para el núcleo contando con un archivo de identificación de líneas. Este proceso es, por lo general, fácil pero delicado así que no se plantea con detalle dentro de la actividad.

Al ejecutar la misma tarea de identificación de líneas sobre áreas distantes al núcleo (sobre la imagen del espectro) la tarea *dopcor* permite construir una tabla de valores de velocidad para distintas distancias al núcleo. El modo de valorar la distancia al centro (en parsec) para cada valor de velocidad se logra a través de la relación de Hubble

$$v = Hr \quad (1)$$

donde v es la velocidad salida del corrimiento Doppler [2], H es el parámetro de Hubble y r la distancia entre el observador y el núcleo calculada para el momento en el que se tomó el espectro. La tarea *imheader* de IRAF revela la abertura angular captada por la cámara (esto es, a cuántos pixeles de la matriz CCD corresponde un segundo de arco) con lo cual se puede terminar la distancia al centro para valores distintos de v . Los datos conseguidos a través de este método se pueden colocar en un diagrama v vs. r al que se llama comunmente curva de rotación.

La curva así identificada no es continua, pues ha sido conseguida a partir de un conjunto de datos finito. Sin embargo, como se mostrará en la sección siguiente, el área bajo la curva (integrada por el método de Simpson) resulta proporcional a la masa encerrada hasta el radio r que corresponda al último dato obtenido de la curva o de la tarea *dopcor* de IRAF.

Cálculo de la masa de una galaxia espiral

Una vez obtenida la curva de rotación, se elabora un modelo para calcular la masa contenida hasta un cierto radio r . Bajo las condiciones impuestas para la galaxia en la sección anterior, suponemos que la masa es una cierta función del radio, esto es $M = M(r)$. Sea la densidad de masa $\rho = dM/dV$. Puede verse que la masa contenida hasta el radio r_t está dada por

$$M_t = \int_0^{r_t} \rho(r) 4\pi r^2 dr \quad (2)$$

dado que $dV = 4\pi r^2 dr$. Del teorema virial

$$v^2(r) = \frac{GM(r)}{r} \quad (3)$$

y dado que $\frac{dM(r)}{dV} = \frac{dM(r)}{dr} \frac{dr}{dV}$ se deduce que

$$\rho(r) = \frac{v^2(r)}{4\pi r^2 G} \quad (4)$$

reemplazando en (2)

$$M_t = \int_0^{r_t} \frac{v^2(r)}{G} dr = \frac{1}{G} \int_0^{r_t} v^2(r) dr \quad (5)$$

Integración numérica

Claramente, así concebida, $v^2(r)$ no es una función continua pero no es necesario que lo sea. En cambio de ello, sólo hace falta integrar a través de un método estándar de integración numérica. En efecto, a pesar de que el resultado que se obtiene no es una curva sino una gran cantidad de puntos que se pueden aproximar a una curva, la escogencia de algunos de esos puntos permite utilizar el método de Simpson para hallar la integral bajo la curva. En virtud de esto, el área bajo la curva se puede aproximar a través de la fórmula

$$\int_a^b F(x) \approx \frac{h}{3} [F(x_0) + 4F(x_1) + 2F(x_2) + \dots + 4F(x_{n-1}) + F(x_n)] \quad (6)$$

donde $h = \frac{b-a}{n}$ y n es el número de iteraciones. A la ecuación anterior se llama la regla de Simpson 1/3 para determinar el área aproximada bajo una curva. Se puede utilizar cuando el área se divide en un número par de segmentos de igual ancho h , conectando grupos sucesivos de tres puntos sobre la curva mediante parábolas [3]. Definiendo el número de intervalos a usar y con ello la longitud de cada intervalo (h), se calculan los elementos de la partición que se genera, se aplica (6) y finalmente se multiplica el resultado por $1/G$. Así quedará determinada la masa de la galaxia.

Puede desarrollarse un sencillo programa en C para introducir los datos por parejas para calcular el área bajo la curva v^2 y multiplicar por G^{-1} . Sin embargo, este mismo resultado puede lograrse a través de una hoja de cálculo como Microsoft Excel, calculando las diferencias propuestas en (6) y sumando.

Discusión: Trabajo con estudiantes

El uso de IRAF para calcular masas de galaxias no es imprescindible. Muchas referencias [1] contienen curvas de rotación sobre las que se puede desarrollar un ejercicio como el propuesto. Dado que muchas de estas se pueden bajar de bases de datos de internet, repartir una de estas curvas a cada estudiante permite que, usando el programa de dibujo Microsoft Paint (incluido en Microsoft Windows) u otro similar, el estudiante estime el valor de velocidad para cada valor de radio, ya especificado en kpc en la mayoría de ellas. Confeccionar una tabla con las variables r , v y v^2 permitirá al estudiante tener el listado para emplear (6) y hacer un estimado de la masa galáctica. Puede usarse una

base de datos de Internet tal como NED ^c para encontrar el valor aceptado de masa para una galaxia específica y de acuerdo a la diferencia discutir las bondades del modelo y mejorarlo.

Referencias

^a Estamos concientes de que esta puede ser una aproximación poco frecuente y en cierto modo incorrecta. Sin embargo, no encontramos en la literatura un motivo para abandonar tal aproximación.

^b Para una aproximación al proceso de reducción de espectros se puede utilizar de F. Valdes el texto *The IRAF CCD Reduction Package - CCDRED* y de J. Barnes el texto *Beginner's Guide to Using IRAF* disponibles en <http://iraf.noao.edu/iraf/ftp/ftp/docs/> sitio web del National Optical Astronomy Observatory, agrupación que produce el software IRAF y una amplia gama de información complementaria gratuita.

^c NASA EXTRAGALACTIC DATABASE en <http://nedwww.ipac.caltech.edu>

- [1] S. M. Faber and J. S. Gallagher. *Ann. Rev. Astron. & Astroph.*, **17**, 135 (1979).
- [2] A. P. French. *Relatividad Especial* (Madrid, Reverté, 1982).
- [3] C. F. Gerald and P. O. Wheatley. *Applied Numerical Analysis* (Reading, Addison Wesley, 2003).
- [4] H. Karttunen et al. *Fundamental Astronomy* (Berlin, Spriger-Verlag, 2003).
- [5] A. E. Roy and D. Clarke. *Astronomy: Principles and Practice* (Bristol, Adam Hilger, 1982).