

RADIACION EMITIDA POR UNA BURBUJA EN PRESENCIA UN CAMPO DE ULTRASONIDO

Natalia Gómez y Ferney Rodríguez

Departamento de Física, Universidad de Los Andes, Bogotá A.A.4976

RESUMEN

Basados en dos modelos diferentes se presentará un estudio del fenómeno de Sonoluminiscencia. Se mostrará cómo los modelos clásicos no logran explicar la emisión de luz, pero si la variación del radio de la burbuja como función del tiempo. Sin embargo un modelo cuántico muestra como la radiación emitida proviene de las correlaciones de fotones al interior de la burbuja.

La Sonoluminiscencia se refiere a la emisión de luz por una burbuja de gas en un líquido en presencia de un campo sonoro. La burbuja cavita cuando está en presencia del campo sonoro intenso, se expande y se contrae rápidamente, emitiendo pulsaciones de luz cada vez que colapsa. El periodo de tiempo de la emisión de luz se ha estimado por debajo de los 50ps, sin embargo, el fenómeno puede ser detectable a simple vista y a temperatura ambiente. Matula et al. [1] reportaron emisión de luz visible, por una burbuja de aire o argón, mientras que este fenómeno no era observado cuando la burbuja estaba llena de O_2 o de N_2 . Por el momento las razones para explicar el fenómeno, no son muy claras y surgen dos preguntas fundamentales: ¿Bajo que condiciones este fenómeno aparece? y ¿Cuál es el mecanismo responsable de la emisión de luz? En el presente artículo se estudiarán las aproximaciones al problema de la Sonoluminiscencia analizándolo desde un punto de vista clásico y cuántico.

Desde el punto de vista clásico las teorías más aceptadas hasta el momento [2, 3] dicen que un jet de líquido puede cruzar a velocidades supersónicas las paredes de la burbuja. Cuando esto sucede el líquido “se fractura” emitiendo energía en forma de luz. Sin embargo es sorprendente que la burbuja permanezca intacta durante ese proceso tan fuertemente acelerado. Innumerables teorías clásicas [2, 3, 4, 5, 6] no logran explicar en forma satisfactoria el origen de tal fenómeno, aún así describen bastante bien las fluctuaciones del radio de la burbuja como función del tiempo. Debido a la pequeña duración entre los pulsos, estimada experimentalmente entre 30ns y 400ns, nuevas teorías han surgido para explicar este fenómeno desde un punto de vista cuántico. En este régimen ultrarrápido, técnicas experimentales desarrolladas permitirán establecer las posibles correlaciones cuánticas entre fotones. Por tanto una teoría cuántica que tenga en cuenta estos efectos se hace necesaria. D. Schwinger [7] propuso que la luz emitida puede provenir de las fluctuaciones del vacío.

Partiendo de esto, se propone que el mecanismo de producción de fotones en la sonoluminiscencia es exactamente el mismo que genera las fuerzas de Casimir, es decir, son las condiciones de frontera impuestas a las fluctuaciones de vacío las que extraen esta energía del vacío para presentarla en forma de luz (fotones reales), caso de una burbuja esférica en un campo sonoro. Siguiendo los trabajos de D. Schwinger, C. Eberlein y Unhuru [7, 8, 9] se calculó la energía total emitida durante un ciclo así como el espectro de frecuencias emitido por la burbuja de aire en agua .

En el presente trabajo se mostrarán las diferencias fundamentales entre las teorías clásicas y cuánticas y se estudiará el rango de validez de dos modelos específicos [3, 8].

En cuanto al modelo clásico se mostrará que reproduce resultados experimentales de la variación del radio de la burbuja como función del tiempo. Partiendo de las ecuaciones de conservación de masa y energía [5] y asumiendo un fluido casi incompresible así como la aproximación politrópica[2], se puede escribir la ecuación diferencial para el radio de la burbuja como [3]:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \left(\left(1 - \frac{R^3 v \kappa(R, v, T)}{R^3 - h^3} \right) P_{gas} + P_{vap} \right) \frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho} (P(t) - P_{\infty}) - \frac{4\mu v}{\rho R} - \frac{2\sigma}{\rho R} - \frac{3}{2} v^2 \quad (1)$$

En donde R se refiere al radio de la burbuja, v a la velocidad de a pared, T es la temperatura, κ el coeficiente politrópico, ρ la densidad del agua, μ el coeficiente de viscosidad del agua, σ la tensión superficial del agua, h el radio molecular efectivo, P_{∞} la presión atmosférica, P_{gas} la presión de gas, y $P(t)$ es la presión del sonido. Usando la ecuación de estado de van der Waals a volumen constante y derivando con respecto al tiempo se puede establecer cómo varía la temperatura como función del tiempo y P_{vap} la presión de vapor en función de la temperatura.

$$\dot{T} = (1 - \kappa(R, v, T)) \frac{3T R^2 v}{R^3 - h^3} \quad P_{vap}(T) = c_1 e^{\frac{-\Delta h}{k_B T}} \quad (2)$$

Aquí se siguió el comportamiento de los gases ideales, a diferencia de lo ya publicado, se usó como modelo para la presión de vapor (2), en donde Δh es la entalpía de vaporización del agua, k_B es la constante de Boltzman y c_1 es una constante con unidades de presión. En este caso Δh y c_1 fueron halladas a partir de datos para la presión de vapor del agua a distintas temperaturas[10]. En la Figura 1 se muestran los resultados de resolver las ecuaciones diferenciales escritas arriba para el radio de la burbuja, la aceleración de la pared y la temperatura T como función del tiempo. Para este cálculo se han tomado como parámetros a $R_0 = 5\mu m$, quien es el radio de equilibrio de la burbuja, y para la onda sonora una amplitud de 1.3atm y una frecuencia de $f = 21kHz$.

Nuestros resultados muestran un acuerdo satisfactorio con los experimentos [4] al usar (2). Esto significa que un estudio más cuidadoso de la variación de la presión de vapor para diferentes líquidos se hace imprescindible para describir en forma correcta las fluctuaciones del radio de la burbuja. En la Figura 1(b) se observa claramente que la aceleración de la pared crece enormemente cuando la burbuja colapsa. Este violento colapso asegura que

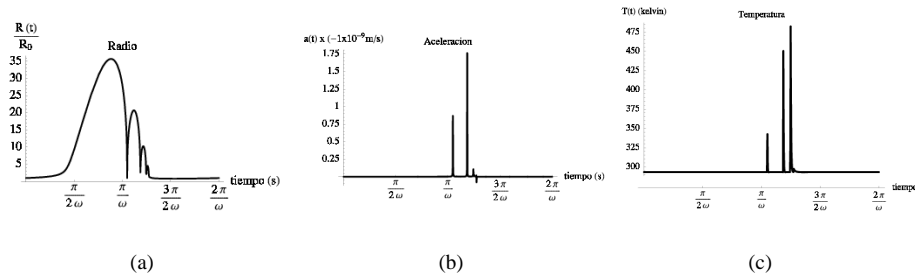


Figura 1: (a)Variación del radio como función del tiempo. (b) la aceleración de la pared. (c) la temperatura dentro de la burbuja.

existe una transferencia de energía del fluido al gas en la burbuja y por tanto la presión al interior crece produciendo así un calentamiento del gas hasta alcanzar temperaturas muy altas, como se muestra en la Figura 1(c) . En esta figura solo se ha mostrado como máximo una temperatura comparable a la temperatura ambiente. A estas temperaturas y presiones tan altas, las moléculas del gas cambian su estructura geométrica, las energías de enlace cambian bruscamente y estos enlaces pueden romperse.

En la Figura 2 se observa un cambio brusco del radio y del coeficiente politrópico de la burbuja en una ventana de tiempo muy corto.

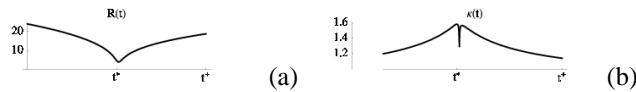


Figura 2: Gráficas del radio (a) y del coeficiente politrópico (b) cerca a t^* , que es el tiempo para el que la burbuja colapsa . $t^+ \simeq t^* + T 10^{-3}$ en donde $T = \frac{1}{f}$

De acuerdo con los resultados anteriores, es necesario explicar lo que pasa en el interior de la burbuja con una teoría que resuelva el problema a tiempos comparables a los del experimento (del orden de ns). Se ha encontrado que la dispersión de la luz es una herramienta poderosa y sensible a la dinámica de la interfase dieléctrica que se forma entre la burbuja y el líquido [11]. Este efecto dinámico fue considerado desde un punto de vista cuántico en [8] y aparece cuando las condiciones de frontera dependientes del tiempo son impuestas al campo electromagnético generado por un dieléctrico en movimiento. En adelante se calculará el espectro de radiación de luz emitida por la pared de la burbuja usando un modelo para el radio de la burbuja, $R(t)$, acorde con el experimento, para esto se trabajará en unidades gaussianas.

Siguiendo el trabajo de Eberlein y Schwinger, las fluctuaciones de vacío pueden ser medidas a través del operador de fuerza electromagnética \mathcal{F} . El valor esperado de \mathcal{F} en un espejo en el vacío, cuando \mathcal{F} es el operador de la fuerza electromagnética deber ser nulo debido a la invarianza de las ecuaciones de Maxwell; pero la desviación estandar de este operador no necesariamente es nula

$$\Delta \mathcal{F}^2 = \langle 0 | \mathcal{F} | 0 \rangle^2 - \langle 0 | \mathcal{F}^2 | 0 \rangle = -\frac{1}{2} \int dk \int dk' |\langle 0 | \mathcal{F} | k k' \rangle|^2 \quad (3)$$

En donde $|0\rangle$ se refiere al estado de vacío y se ha usado la identidad sumando sobre los posibles estados de fotones, sobreviviendo únicamente los correspondientes a pares de fotones. Usando los vectores transversos eléctrico y transverso magnético se puede escribir el hamiltoniano y así calcular la probabilidad de la creación de dos fotones. Partiendo de la ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo se resuelve para el hamiltoniano

$$H = \frac{1}{2} \left(\frac{\mathbf{D}^2}{\varepsilon} + \mathbf{B}^2 \right) + \frac{(\varepsilon - 1)}{\varepsilon} \frac{\partial R}{\partial t} \mathbf{D}_\perp \cdot \mathbf{B} \quad (4)$$

Aquí \mathbf{D} es el vector de desplazamiento eléctrico, \mathbf{B} el vector del campo magnético y ε es la constante dieléctrica que depende del radio, esto por la interfase de dieléctricos. Escribiendo la función $|\Psi\rangle$ como una expansión en la base de estados propios de H_0

$$|\Psi\rangle = \sum_n |n\rangle \langle n | \Psi \rangle \quad \text{en donde} \quad \langle j | \Psi \rangle = c_j e^{-i \int_{t_0}^t E_j(\tau) d\tau} \quad (5)$$

Se puede calcular el valor promedio de H y de allí se encuentra una ecuación para los coeficientes c_i , en particular para un estado final de dos fotones con momentos k y k'

$$\frac{\partial c_{kk'}}{\partial t} = \frac{-\frac{\partial R}{\partial t}}{(\omega + \omega')} \langle k, k'; R | F_r | 0; R \rangle e^{i(\omega + \omega')(t - t_0)} \quad (6)$$

en donde $|k| = \omega$, $|k'| = \omega'$ y

$$F_r = - \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \frac{R^2}{2} \oint d\Omega \left(\left(1 + \frac{1}{n^2} \right) D_r^2 \right) + B_r^2 - B_\theta^2 - B_\phi^2$$

que es la fuerza generada por un dieléctrico esférico de radio R , con índice de refracción n en el vacío. Después de un extenso cálculo se puede aproximar (ver [8])

$$\langle k, k'; R | F_r | 0; R \rangle \simeq \frac{(n^2 - 1)^2}{4\pi^2 n^2} \omega \omega' 1.16 k k' R(t) R(t') \quad (7)$$

Esta aproximación solo es válida para longitudes de onda cortas, cuando $\lambda < R_{mn}$. Así se puede escribir la energía total irradiada por ciclo, \mathcal{W}

$$\mathcal{W} = \frac{1}{2} \int \int d^3\mathbf{k} d^3\mathbf{k}' (\omega + \omega') |c_{kk'}(T)|^2 \quad (8)$$

$$= 1.16 \frac{32(n^2 - 1)^2}{960\pi^2 n^2} \int_0^\infty d\Omega \Omega^4 \left| \int_0^T 2 \frac{\partial R(t)}{\partial t} R(t) e^{i\Omega t} dt \right|^2 \quad (9)$$

en donde T es el periodo del campo sonoro, $\Omega = \omega + \omega'$ y en (9) ya se ha evaluado la integral sobre $\alpha = \frac{(\omega - \omega')}{2}$. Para calcular esta integral de forma analítica se puede tomar

una función para aproximar el radio de la burbuja en función del tiempo. Esto se puede escribir por ejemplo como:

$$R^2(t) = R_0^2 - \frac{R_0^2 - R_{min}^2}{\left(\frac{t}{\gamma}\right)^2 + 1}$$

En [8] se propone $\gamma \simeq 1$ fs de donde se obtiene, volviendo a unidades de SI:

$$\mathcal{W} = 2.3 \cdot 10^{-16} \text{J}$$

Lo que es consistente con lo reportado experimentalmente.

Según los modelos propuestos, una explicación válida para el fenómeno de sonoluminiscencia no ha podido ser desarrollada, los diferentes acercamientos ofrecen resultados aceptables pero no describen por completo sus causas. El modelo clásico presenta un desarrollo acertado para la variación del radio aunque no da indicios de cuando o por qué habría emisión de luz, mientras que el cuántico, pretende únicamente explicar esta radiación, de forma tal que los dos modelos se complementan dando idea de la naturaleza del problema.

Este trabajo ha sido financiado parcialmente por el proyecto de Colciencias N° 1204-0510326.

REFERENCIAS

- [1] T.J.Matula et al. Phys. Rev. Lett. **75** 2602 (1995).
- [2] A. Prosperetti *Bubble phenomena in sound fields: part one* Ultrasonics pp 69-77 Marzo 1984.
- [3] S. Hilgenfeldt, S. Grossman, D. Lohse, *Sonoluminescence light emission*, Phys. Fluids **11** (6) pp 1318-1330. Junio 1999.
- [4] D. F. Gaitán, L.A. Crum, C.C. Church, R.A. Roy, *Sonoluminescence and bubble dynamics for single, stable, cavitation bubble* J. Acoust. Soc. Am. **91** pp 3166-3183
- [5] J.B. Keller, M. Miksis *Bubble oscillation of large amplitude* J. Acoust. Soc. Am. **68** (2) pp 628-633 Agosto 1980.
- [6] V. Kamath, A. Prosperetti, *Numerical integrations methods in gas-bubbles dynamics*, J. Acoust. Am **85** (4) pp 1538-1547.
- [7] K. Milton *Dimensional and Dynamical aspects of the reality and significance of vacuum energy*, LANL arXiv:hep-th/0009173. Septiembre 2000.
- [8] C. Eberlein, *Theory of quantum vacuum radiation observed as sonoluminescence*, Phys. Rev. A **53** (4) pp 2772-2787. Abril 1996.
- [9] W.G.Unhuru, Phys. Rev. D **14**, 870 (1976).
- [10] D. R. Lide *Handbook of Chemistry and Physics* (CRC Press, Boca Raton, Florida, EUA, 1995).
- [11] K.R. Weniger et al., Phys Rev. Lett. **78**, 1799 (1997).